

# О распределении оценки модуля коэффициента корреляции

Владимир Бартнев (bartvg@rambler.ru)

Получено выражение для плотности распределения оценки максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции, которое, в отличие от ранее известного с бесконечным рядом, содержит конечную сумму. В случае малых размеров выборок наблюдений это значительно снижает вычислительные затраты при анализе эффективности радиотехнических систем. Приведён пример использования полученного выражения для расчёта вероятности правильной и ошибочной классификации двухчастотного коррелятора.

При анализе эффективности радиотехнических систем, в которых используется оценка максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции, может возникнуть необходимость применять распределение этой оценки, например для анализа эффективности адаптивных обнаружителей [1] или систем классификации типов целей [2].

В работе [3] получено распределение такой оценки из распределения Уишарта, представленное в виде бесконечного ряда (см. формулу 1), где  $R$  – модуль коэффициента корреляции,  $\hat{R}$  – его оценка максимального правдоподобия,  $N$  – число выборок наблюдения,  $\Gamma$  – гамма-функция.

К сожалению, сходимость ряда в (1) ухудшается по мере приближения истинного значения модуля коэффициента корреляции  $R$  и его оценки  $\hat{R}$  к единице, что вынуждает применять рекуррентные схемы вычисления членов ряда и использования их боль-

шого числа. В частности, для расчёта плотности распределения (1) удобно пользоваться следующим рекуррентным соотношением (см. формулу 2), где  $P_0 = \Gamma(N)^2$ ,  $P_{k+1} = P_k (\hat{R}R)^2 \times (N+k)^2 / (k+1)^2$ .

На рисунке 1 показаны результаты расчёта плотности распределения (1) при  $R=0,8$  и  $R=0,95$  для  $N=4$  с рекуррентной формулой (2) и без неё для бесконечного ряда. Число членов ряда для рекуррентной формулы составляло 1500, без рекуррентной формулы максимально возможное – 60. Из графиков следует, что до  $R < 0,8$  можно напрямую пользоваться формулой (1). Ограничение на использование формулы (1) без рекуррентного расчёта приводит к увеличению  $k$  членов рекуррентного ряда. Тем не менее попытка получить распределение (1) в виде конечной суммы была предпринята.

Поскольку  $(\hat{R}R)^{2k} < 1$ , если проанализировать бесконечный ряд в выражении для плотности распределения оценки модуля коэффициента корреляции (1), то сумму бесконечного ряда можно рассматривать как убывающую геометрическую прогрессию. Это позволя-

ет после небольших преобразований получить новое выражение для плотности распределения с конечной суммой ряда (см. формулу 3).

Естественно, возникает вопрос, насколько совпадают расчёты по формуле с бесконечным рядом (1) и по полученной формуле с конечным рядом (3).

На рисунке 2 представлены графики плотности распределения для двух значений исходных коэффициентов корреляции  $R=0$  и  $R=0,95$  для  $N=4$ . Нетрудно увидеть, что графики полностью совпадают. Расчёт плотности распределения по формуле (1) производился по рекуррентной схеме и потребовал 1500 членов ряда.

Теперь попробуем применить полученную формулу (3) для оценки эффективности классификации дискретных мешающих отражений по межчастотному корреляционно-му признаку. Такой способ описан в статье [4]. Принцип классификации целей по межчастотному коэффициенту корреляции или, лучше сказать, по их продольному размеру заключается в следующем.

Для того чтобы различить класс летательных аппаратов с малым продольным размером (с высоким межчастотным коэффициентом корреляции) от класса дискретных мешающих объектов, имеющих значительно большие размеры (межчастотный коэффициент корреляции близок к нулю), достаточно выбрать соответствующий разнос несущих частот. И тогда, сравнивая

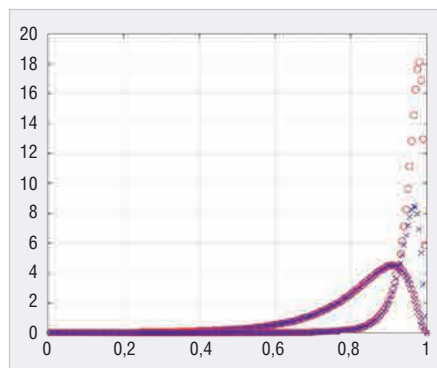


Рис. 1. Графики плотности вероятности для  $R = 0,8$  и  $R = 0,95$  при  $N = 4$  для рекуррентного расчёта (кружки) и без рекуррентности (крестики)

$$W(\hat{R}) = \frac{2 \times (1 - \hat{R}^2) \times \hat{R} (1 - R^2)^{N-2}}{\Gamma(N) \times \Gamma(N-1)} \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\hat{R}R)^{2k} \times \Gamma^2(N+k)}{\Gamma^2(k+1)} \quad (1)$$

$$W(\hat{R}) = \frac{2(1 - \hat{R}^2) \times \hat{R} (1 - R^2)^{N-2}}{\Gamma(N) \times \Gamma(N-1)} \times \sum_{k=0}^{\infty} P_k \quad (2)$$

$$W(\hat{R}) = 2 \times (N-1) \times (1 - \hat{R}^2)^{N-2} \times \hat{R} (1 - R^2)^N \times \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(\hat{R}R)^{2k} \times \Gamma(N+k)}{(1 - \hat{R}^2 R^2)^{N+k} \times \Gamma(N-k) \times \Gamma^2(k+1)} \quad (3)$$

оценку межчастотного коэффициента корреляции с порогом, при его превышении сформировать корреляционный признак отражённого сигнала, принадлежащего к сигналам целеподобных мешающих отражений, которые могут быть бланкированы. Для формирования оценки межчастотного коэффициента корреляции лучше всего применить оценку максимального правдоподобия модуля коэффициента корреляции, плотность распределения которой описывается формулами (1) или (3). Алгоритм оценки максимального правдоподобия для модуля межчастотного коэффициента корреляции следующий [5]:

$$r = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{1i})\text{Re}(Z_{2i}) + \text{Im}(Z_{1i})\text{Re}(Z_{2i}),$$

$$s = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{2i})\text{Im}(Z_{1i}) - \text{Im}(Z_{2i})\text{Re}(Z_{1i}),$$

$$z1 = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{1i})\text{Re}(Z_{1i}) + \text{Im}(Z_{1i})\text{Im}(Z_{1i}),$$

$$z2 = \sum_{i=1}^{N-1} \text{Re}(Z_{2i})\text{Re}(Z_{2i}) + \text{Im}(Z_{2i})\text{Im}(Z_{2i}),$$

где  $Z_{1i}$  и  $Z_{2i}$  – комплексные выборки наблюдений на первой и второй несущей частоте. Тогда оценка межчастотного коэффициента корреляции может быть вычислена по формуле:

$$\hat{R}(\Delta F) = \frac{\sqrt{r^2 + s^2}}{\sqrt{z1 \times z2}} \leq R_{\text{пор}}.$$

Таким образом, задача заключается в том, чтобы проинтегрировать выражение (3) от нуля до  $R_{\text{пор}}$  и для  $R=0$  получить вероятность правильной классификации целеподобных мешающих отражений, а для  $R=0,7$  – вероятность ошибочной классификации (напри-

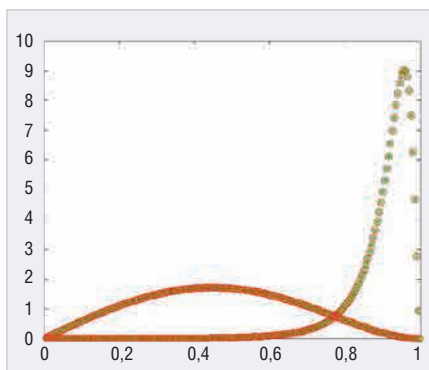


Рис. 2. Графики плотности вероятности для  $R = 0$  и  $R = 0,9$  при  $N = 4$  для рекуррентного расчёта (кружки) и для конечной суммы (звёздочки)

мер, если самолёт классифицируется как мешающее отражение).

На рисунке 3 приведены вероятности правильной и ошибочной классификации для  $N=4$ . Уже при  $N>8$  для порога, равного 0,5, получается вероятность правильной классификации больше 0,9 при вероятности ошибочной классификации меньше 0,1.

Для верификации полученных результатов было проведено моделирование данного классификатора в системе MATLAB [6]. Результаты моделирования на рисунке 3 представлены точками. Они подтверждают совпадение моделирования, аналитические расчёты и, главное, корректность формулы (3).

### Литература

1. Бартнев В. Г. Квазиоптимальные адаптивные алгоритмы обнаружения сигналов. Современная электроника. 2011. № 2. С.70–73.

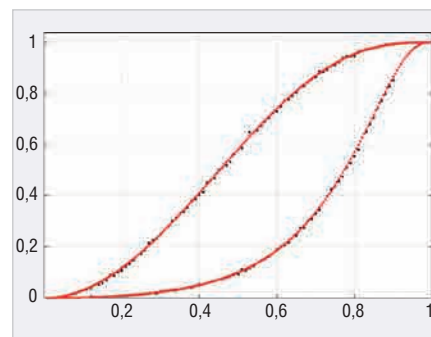


Рис. 3. Графики вероятности правильной классификации для  $R = 0$  (слева) и ошибочной классификации для  $R = 0,7$  (справа) при  $N = 4$ ; линия – аналитический расчёт, точки – моделирование

2. Бартнев В. Г. Радиолокационные отражения от ясного неба вынуждают улучшать параметры РЛС. Современная электроника. 2014. № 7. С. 18–20.

3. Бартнев В. Г. Применение распределения Уишарта для анализа эффективности адаптивных систем СДЦ. Радиотехника и электроника. 1981. Т. XXVI. № 2. С. 356–361.

4. Бартнев В. Г. Новый способ классификации и бланкирования дискретных мешающих отражений. Современная электроника. 2020. № 3. С. 46–49.

5. Бартнев В. Г. Способ классификации и бланкирования дискретных помех. Патент № 2710894 по заявке № 2018134712 зарегистрирован в Государственном реестре РФ 14.01.2020.

6. Бартнев В. Г. Модельно-ориентированное проектирование программируемых радиотехнических устройств. Практический курс. Горячая линия. Телеком. М. 2019. С. 48–64.



## НОВОСТИ МИРА

### TOSHIBA ПЛАНИРУЕТ ВЫЙТИ ИЗ УБЫТОЧНОГО БИЗНЕСА ПО ПРОИЗВОДСТВУ МИКРОСХЕМ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ ИНТЕГРАЦИИ

Производство контроллеров питания будет сохранено.

Компания Toshiba заявила, что выйдет из убыточного бизнеса по производству микросхем высокой степени интеграции, поскольку японский конгломерат стремится повысить свою рентабельность.

В частности, речь идёт о процессорах распознавания изображений, которые Toshiba поставляет Toyota Motor. Производитель уточнил, что продолжит поддержку существующих клиентов.



В связи с решением о сворачивании направления деятельности, Toshiba планирует переместить на другие рабочие места 770 сотрудников или предложить им варианты досрочного выхода на пенсию. Этот шаг обойдётся

японской компании примерно в 120 млн долларов. Он уже учтён в прогнозе прибыли.

При этом бизнес по производству микросхем для управления питанием будет сохранён.

В 2018 году Toshiba продала свой бизнес по производству флеш-памяти, ныне известный как Kioxia Holdings, консорциуму во главе с Bain Capital за 18 млрд долларов, пытаясь закрыть финансовую дыру, вызванную проблемами американского подразделения, работающего в сфере ядерной энергетики.

[www.ixbt.com](http://www.ixbt.com)