

К 130-летию со дня рождения великого советского физика Игоря Евгеньевича Тамма. Часть 3. Поверхностные состояния Тамма и фотонные кристаллы

Виктор Алексеев

В первой части статьи (Современная электроника. 2025. № 7) были рассмотрены основные работы Игоря Евгеньевича Тамма, ставшие со временем классикой теоретической физики.

Вторая часть (Современная электроника. 2025. № 8) посвящена описанию некоторых современных быстродействующих электрооптических модуляторов (EOM, TFLN, HW MZM, IQ MZM, SOH MZM), в основе работы которых лежит эффект, которому Игорь Тамм в 1924 году дал строгое теоретическое обоснование.

В этой части статьи обсуждаются фотонные кристаллы, возникновение которых во многом обусловлено поверхностными состояниями (ПСТ), предсказанными Таммом в 1932 году.

1. Поверхностные состояния Тамма

В первой части нашей статьи мы рассмотрели фундаментальную работу Игоря Евгеньевича Тамма 1932 года, в которой впервые были предсказаны поверхностные электронные конфигурации на границе кристалла и вакуума, впоследствии получившие название «поверхностные таммовские состояния – ПТС» (Surface Tamm States – STS) [1].

Это открытие стало отправной точкой для таких новых направлений физики твёрдого тела, как физика поверхностей и полупроводников, наноэлектроника, фотоника.

Цель этой части нашей статьи заключается в том, чтобы показать, как теория, предложенная Игорем Таммом, раз-

вивалась во всём мире, в том числе и в России.

Чтобы показать пошаговую динамику развития STS, целесообразно рассмотреть более подробно первоначальную идею Игоря Тамма, не прибегая к сложному математическому описанию, использованному в оригинальной работе.

Для описания перемещения электрона в кристаллических решётках Тамм использовал простой пример с бесконечно глубокой потенциальной ямой.

В объёме идеального кристалла электроны перемещаются в периодическом потенциальном поле, которое создаётся регулярно расположенными атомами. Это движение описывается блоховскими волновыми функциями и характе-

ризуется определёнными разрешёнными зонами, где электрон может иметь дискретные уровни энергии. Между разрешёнными зонами находятся запрещённые зоны, в которых электронные состояния в идеальном бесконечном кристалле не могут существовать в принципе [2].

В своей работе 1932 года Тамм поставил простой, но фундаментальный вопрос: «Что произойдёт с характером движения электрона, если бесконечный идеальный кристалл “оборвать”, оставив его поверхность соприкасаться с вакуумом?»

Если рассматривать электрон с волновой точки зрения, то в первом приближении можно говорить, что внутри кристалла электронная волна распространяется, взаимодействуя с колебаниями атомов решетки, а в вакууме перемещается свободно.

Игорь Тамм предположил, что на границе кристалла с вакуумом из-за обрыва периодического потенциала возникает своеобразная «потенциальная ступенька». Именно благодаря этой ступеньке возникают условия, которые препятствуют проникновению электрона как вглубь кристалла, так и в вакуум. В результате электрон может быть «захвачен» в связанное состояние с энергией, лежащей в запрещённой зоне, а электронная волна оказывается «привязанной» к самой границе кристалла. С таким предположением Тамм получил сходящиеся решения уравнений Шрёдингера для двух вариантов: движения электронов в одномерной и трёхмерной моделях кристаллических решёток.

Таким образом, Игорь Тамм в 1932 году предсказал, что на границе кристалла и вакуума, в области нарушения периодичности потенциала, должны существовать особые электронные состояния, которых нет ни в объёме кристалла, ни в вакууме. Главная особенность этих состояний заключается в том, что их энергии находятся в запре-

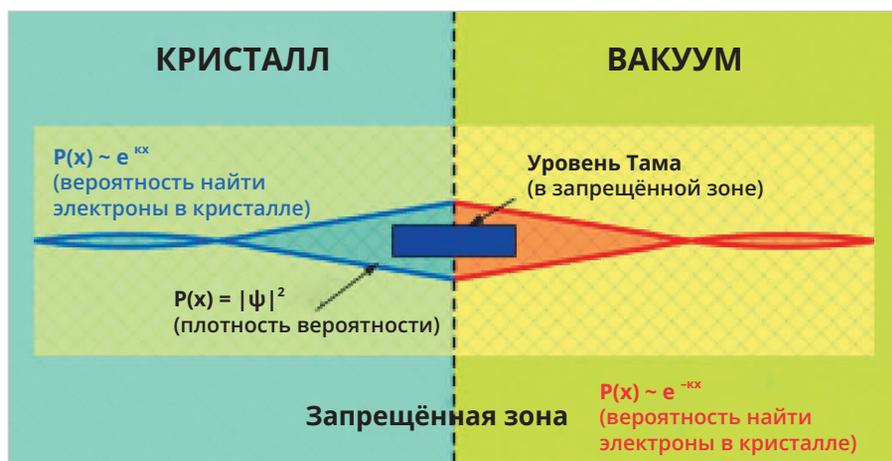


Рис. 1. Упрощённая схема поверхностных состояний Тамма на границе кристалла и вакуума [3]

щённой зоне объёмного кристалла. То есть Тамм предположил возникновение особых зон, которых не должно было быть согласно классической модели.

Упрощённая схема поверхностных состояний Тамма на границе кристалла и вакуума показана на рис. 1. На этом рисунке показана стилизованная запрещённая зона на границе кристалла и вакуума. Красные и синие фигуры означают соответственно плотность вероятности нахождения электрона в определённой точке, численно равной квадрату модуля волновой функции $P(x) = |\psi|^2$.

Опуская сложную математику, конечные выводы этой работы Игоря Тамма можно сформулировать следующим образом. Если в бесконечном кристалле электрон характеризуется волновым вектором \mathbf{k} , определяющим его импульс, то на границе кристалла возникают решения уравнения Шрёдингера с волновыми функциями вида:

$\psi(x) \sim \exp(kx)$ при $x > 0$ вне кристалла и $\psi(x) \sim \exp(-kx)$ при $x < 0$ внутри кристалла. Здесь k – коэффициент затухания, определяющий характерную глубину проникновения волновой функции.

Плотность вероятности в соответствии с этой экспоненциальной функцией растёт при приближении к границе кристалла и убывает в вакууме при удалении от границы. Таким образом, электрон оказывается локализованным у поверхности, поскольку вероятность найти его в некоторой точке ($|\psi|^2$) экспоненциально убывает при удалении от поверхности кристалла в обе стороны.

Открытие Тамма имело фундаментальное значение для понимания физики поверхности твёрдых тел. Оно показало, что граница кристалла – это не просто место, где заканчивается кристаллическая решётка, а особая область с собственными электронными состояниями и свойствами, отличными от свойств объёмного материала.

Иными словами, «таммовские состояния» можно отнести к разряду фундаментальных понятий физики твёрдого тела. Тем не менее в течение десятилетий эта работа оставалась практически незамеченной мировой научной обществу.

Это открытие не сулило быстрых практических результатов, не отвечало потребностям мирового рынка и потому не могло стать популярным в 1930-е годы. Кроме того, в то время отсутствовали необходимые технологии и мето-

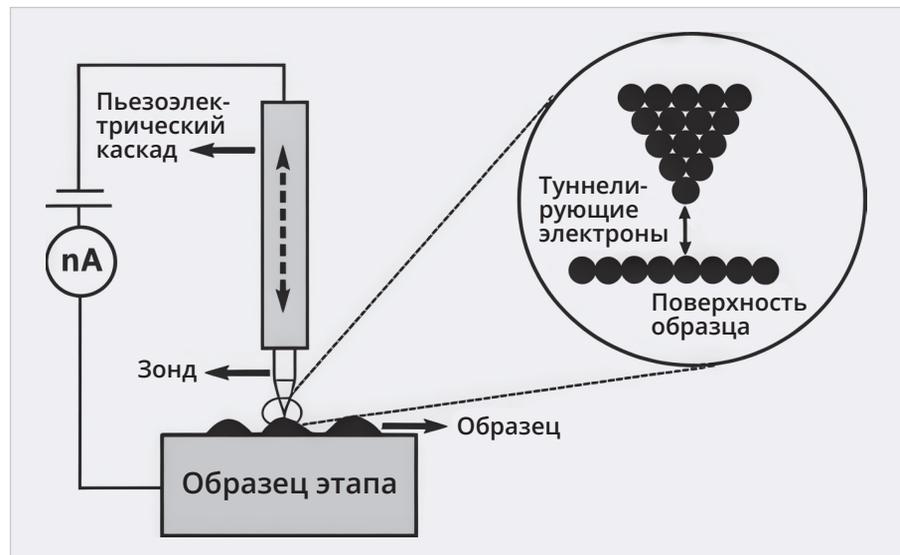


Рис. 2. Структурная схема работы сканирующего туннельного микроскопа

ды для прямых экспериментов, подтверждающих теорию Тамма.

С чисто научной точки зрения эта работа Тамма не выходила за рамки существующей теоретической физики и не сулила каких-либо серьезных потрясений её основ. Кроме того, несмотря на то что статья была опубликована на немецком языке в журнале «Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion – PZ der Sowjetunion», это был «Физический журнал Советского Союза», издававшийся в СССР небольшим тиражом и неизвестный большинству зарубежных физиков. По этим причинам столпы мировой науки не обратили на эту работу Игоря Тамма особого внимания. Большинство исследований того времени в области взаимодействия фотонов с веществом было посвящено разработкам идей Эйнштейна о «вынужденном излучении» (пробораз лазера и светодиодов) [4].

Множество крупных научно-исследовательских центров мира были заняты поисками практической реализации идеи твердотельного полевого транзистора, запатентованного Юлиусом Лилиенфельдом в 1930 году.

Эти усилия увенчались успехом физиков из лаборатории «Bell Labs» Уильяма Шокли, Джона Бардина и Уолтера Браттейна, которые в 1947 году создали первый действующий точечный транзистор и получили за это Нобелевскую премию в 1956 году.

Ситуация с изучением STS изменилась только спустя годы, когда появились методы экспериментальной физики, позволившие подтвердить существование таммовских состояний.

Появились новые технологические решения, позволяющие исследовать поверхность материалов на атомном уровне.

Детальный обзор работ, связанных с «таммовскими состояниями», можно найти в монографии С. Дависона и Дж. Левина «Поверхностные (таммовские) состояния» [4].

2. Запрещённые фотонные зоны

Одна из причин, сдерживавших изучение поверхностных явлений на границе кристаллических структур, заключалась в отсутствии необходимого лабораторного оборудования, позволявшего изучать столь тонкие процессы.

Реальный скачок в исследованиях поверхностей твёрдых тел произошёл в 1981 году, когда Герд Бинниг и Генрих Рорер, работавшие в исследовательской лаборатории ИВМ в Цюрихе, изобрели сканирующий туннельный микроскоп – СТМ (Scanning Tunneling Microscope – STM) [5].

Принцип работы STM основан на квантовом туннелировании электронов. Нано-острая металлическая игла подводится к поверхности образца на расстояние порядка нанометра. При подаче небольшого напряжения между иглой и образцом возникает туннельный ток, величина которого экспоненциально зависит от расстояния. Перемещая иглу вдоль поверхности и измеряя туннельный ток, можно получить изображение поверхности с разрешением в нанометры (рис. 2) [6].

Использование STM позволило не только детально исследовать поверхностные состояния, но также визуализи-

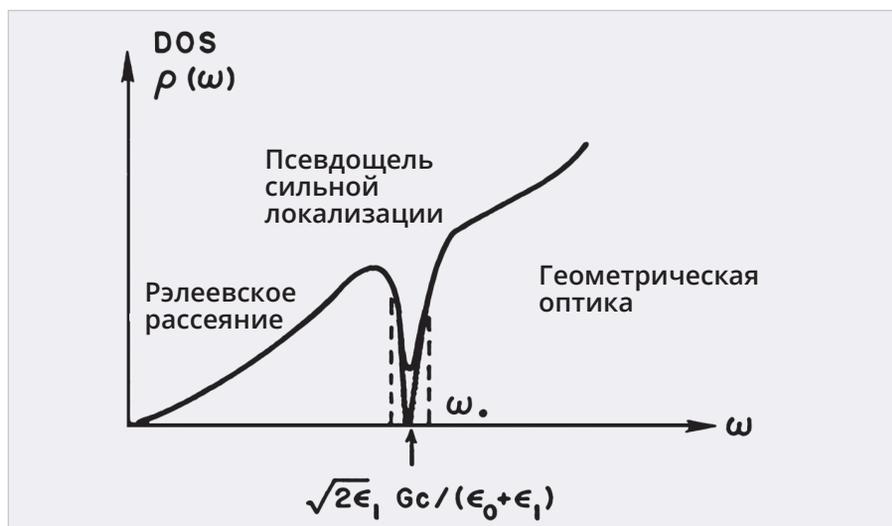


Рис. 3. Плотность состояний фотонов в неупорядоченной сверхрешётке, разделённая псевдощелью сильно локализованных фотонов

зировать пространственное распределение электронной плотности ПСТ.

В 1986 году Бинниг и Рорер были удостоены Нобелевской премии по физике за это изобретение, которое открыло эру прямого наблюдения квантовых явлений на поверхности различных материалов [7].

Изобретение сканирующего туннельного микроскопа стало основой нового класса высокоточного лабораторного оборудования, получившего название «сканирующие зондовые микроскопы». Вскоре после появления были созданы атомно-силовой микроскоп (АСМ), магнитно-силовой микроскоп (МСМ), электросилового микроскоп (ЭСМ), ближнепольный оптический микроскоп (БОМ) и другие приборы, имеющие аналогичный принцип действия [8].

К середине 1980-х накопилось значительное количество экспериментальных данных по переносу в узких инверсионных слоях МОП-транзисторов. Кроме того, были получены результаты прямых измерений диффузии электронов низкой плотности через сильно локализованные состояния [9].

Теоретическое объяснение всех этих экспериментальных результатов было крайне актуальным с точки зрения бурно развивающихся разработок транзисторов и лазеров.

Вопросы ограничения переноса электронов по различным направлениям кристаллической решётки начали интересовать физиков ещё с конца 1950-х, когда Филипп Андерсон (Philip W. Anderson) опубликовал ставшую впоследствии классической работу, в которой показал, что в кристалличе-

ских решётках с сильными нарушениями структуры может отсутствовать диффузия электронов. Такие случаи возможны за счёт множественного рассеяния и интерференции. В этом случае их волновые функции становятся локализованными в районе разрушенных узлов. Это явление стали называть «локализация Андерсона» (Anderson Localization – AL) [10].

Детальный обзор статей, посвящённых этой легендарной работе Филиппа Андерсона, опубликованных за 50 лет со дня выхода, содержится в сборнике «Fifty Years of Anderson Localization». В этом монументальном издании, содержащем 610 страниц, в частности, отмечается, что в первые десять лет после 1958 г. серьёзных экспериментальных подтверждений не было, и лишь позже (1970–80-е) ситуация заметно активизировалась [11].

Андерсон получил Нобелевскую премию по физике в 1977 году (совместно с Моттом и Ван Флеком) за фундаментальные теоретические исследования электронной структуры магнитных и неупорядоченных систем.

В своей новой работе он вместе с коллегами разработал так называемую скейлинговую теорию локализации, которая описывает явление, когда электронные волны в неупорядоченной среде не распространяются. Благодаря случайным флуктуациям волны локализуются в ограниченном объёме, не переходя в другие области. Эта теория также определяет переход от проводящего состояния к изолятору при увеличении неупорядоченности. По фамилиям авторов (Abrahams, Anderson, Licciardello, Ramakrishnan)

эта скейлинговая теория (Scaling Theory of Localization) получила аббревиатуру AALR [12].

Необходимо также упомянуть разработки российских физиков, в которых были рассмотрены вопросы, связанные с фотонными запрещёнными состояниями и подавлением спонтанного излучения.

Так, ещё в 1972 году сотрудник ФИАН Владимир Павлович Быков в статье, опубликованной в журнале Journal of Experimental and Theoretical Physics, ввёл понятие «Opacity Bands» (зоны непрозрачности) [13]. В этих частотных интервалах плотность фотонных состояний ρ обращается в нуль, и распространение электромагнитных волн в периодической структуре невозможно. В своей работе он, в частности, показал, что формула Ферми для вероятности спонтанного излучения не работает в периодической структуре, когда частота перехода попадает в запрещённую зону. Кроме того, В.П. Быков предсказал возможность перехода возбуждённого атома в особое долгоживущее состояние «Dynamic State», представляющее собой комбинацию возбуждённого атома и связанного с ним электромагнитного поля, которое не может распространяться в периодической структуре.

Вообще говоря, вклад российских физиков в мировую науку не был случайным. В период 1950–1980 гг. научным исследованиям в области физики твёрдого тела уделялось огромное внимание. Особенно это касалось разработок полупроводников и лазеров. Такие исследования проводились как в академических, так и в отраслевых центрах.

В СССР был создан целый ряд научных школ, где идеи И.Е. Тамма и смежные с ними направления получили дальнейшее развитие. Так, в обзоре В.Л. Гинзбурга были описаны основные моменты локализованных фотонных мод на границе сред [14].

Работы Ж.И. Алфёрова и его школы по созданию гетероструктур в полупроводниках являются ярким примером практической реализации идей управления состояниями электронов на гетерограницах [15].

Исследования по квантовой электронике Н.Г. Басова и А.М. Прохорова стали отправной точкой для разработок газовых лазеров и молекулярных квантовых генераторов сантиметрового диапазона [16].

Важный вклад в изучение интерфейсных явлений внесли работы по поверхностным экситонам, напрямую связанные с изучением локализации возбуждений на границах сред, выполненные под руководством Л.В. Келдыша [17].

Открытие квантовых точек Алексеем Екимовым стало поворотным моментом в развитии микроэлектроники [18].

Таким образом, советская физика этого периода не только развивала собственные прикладные направления (лазеры, полупроводниковая оптоэлектроника), но и подготовила концептуальный фундамент, без которого современная теория и эксперимент по оптическим поверхностным состояниям Тамма были бы невозможны.

На уровне Академии Наук поддерживалось международное сотрудничество. Так, например, в Институте теоретической физики АН СССР Анатолий Ларкин (Anatoly I. Larkin) со своими японскими коллегами Синобу Хиками (Shinobu Hikami) и Йосуке Нагаока (Yosuke Nagaoka) применили ренорм-групповой подход к задаче рассеяния электронов на случайном потенциале в двумерных системах.

Одним из наиболее значимых итогов этой работы было то, что авторы получили аналитическое выражение для квантовой поправки к электронной проводимости в зависимости от магнитного поля и длины фазовой когерентности. В этой работе показано, что характер локализации электронов определяется типом симметрии волновой функции. При сильном спин-орбитальном взаимодействии возникает «антилокализация», характерная усилением проводимости и положительным квантовым поправочным слагаемым. В случае, когда нет спин-орбитального взаимодействия, наблюдается «слабая локализация», сопровождаемая усилением обратного рассеяния. В присутствии магнитного поля возникает эффект подавления интерференции и появление отрицательного магнетосопротивления. В литературе полученные зависимости часто называют HLN-формулой по именам авторов этой работы. Эта формула и сегодня используется для анализа квантовых поправок к проводимости и интерференционной локализации. Сравнение с экспериментальными данными показало хорошее совпадение HLN с наблюдаемым отрицательным магнетосопротивлением в МОП-транзисторах (MOSFET) [19].

Таким образом, локализация уже рассматривается не как частный эффект для электронов, а может рассматриваться как универсальное явление, связанное с интерференцией волн и взаимодействиями в беспорядочных средах.

К середине 1980-х было получено достаточно много новых результатов экспериментов по локализации электронов, отрицательному магнетосопротивлению и переходам металл–изолятор в квантовых проволоках, тонких плёнках и массивных кристаллах. Эти результаты обобщены в обзоре [14].

Обилие экспериментальных результатов в значительной степени стимулировало дальнейшие теоретические изыскания.

В 1982 году Д. Вольхардт и П. Вёльфле развили идеи Андерсона и предложили свою самосогласованную теорию локализации (Self-Consistent Theory of Localization – SCL).

Основным недостатком теории Андерсона «AALR-1979» было то, что она не позволяла посчитать критические показатели или строить количественные предсказания для конкретных систем. Вольхардт и Вёльфле разработали самосогласованную теорию в случайных средах, в которой учли замедление диффузии за счёт квантовых интерференционных поправок (обратное рассеяние). Основным было то, что авторы получили явные скейлинговые уравнения для коэффициента диффузии и длины локализации, зависящие от размерности и энергии.

Таким образом, они впервые показали, как принцип «масштабируемости» можно реализовать через конкретные уравнения, позволяющие описывать критическую область перехода металл–изолятор [21].

Работа Вольхардта и П. Вёльфле позволила перейти к следующему этапу развития идеи Игоря Тамма: от локализации электронов в случае STS к локализации фотонов в случайных и периодических структурах.

Физик-теоретик Саджив Джон (Sajeev John), анализируя процессы локализации фотонов в неупорядоченных средах, обнаружил, что их поглощение увеличивается по мере приближения частоты фотонов к граничному значению подвижности. Он определил частотный режим, в котором электромагнитные волны в сильно неупорядоченной среде испытывают «андерсоновскую локализацию (AL)» в трёхмерной модели. При наличии слабого рассея-

ния в двумерной модели коэффициент поглощения перенормированной энергии увеличивается по мере приближения частоты фотона к порогу подвижности (α). При этом (α) возникает на частоте, совместимой с условием Иоффе-Регеля (IRC). Этот критерий может использоваться при анализе границы перехода от металлического к диэлектрическому состоянию в тонких плёнках на основании сравнения волнового числа Ферми и упругой длины свободного пробега носителей. Фактически IRC позволяет оценить, как меняются свойства материала при уменьшении его размеров. Это открытие имело важное значение для понимания распространения света в пограничных областях между металлом и диэлектриком [22].

Статья вызвала большой интерес у физиков всего мира и была цитирована более тысячи раз. Через три года Саджив Джон опубликовал в журнале Physical Review Letters доработанный материал с углублённым анализом механизма локализации фотонов в материалах с сильно разупорядоченной структурой. Он показал, что свет может быть локализован в пространстве, если в этой среде есть случайно распределённые центры с сильно отличающимися показателями преломления. В таких материалах фотон может «застрять» в диэлектрической структуре с другим показателем преломления, не имея возможности распространяться из-за многократных отражений и интерференции волн. В этой работе был использован термин «сильная фотонная локализация» (Strong Localization of Photons – SLP). Пояснить значение этого термина можно на следующем примере. Обычно, когда свет проходит через среду с неоднородностями, такими, например, как туман, молоко, матовое стекло, он просто рассеивается. Однако всё равно в среднем движется вперёд.

Термин «Strong Localization of Photons – SLP» определяет случай, когда многократное рассеяние и интерференция настолько сильны, что волна света полностью перестаёт распространяться. При этом образуется стоячая волна, локализованная в ограниченной области. То есть фотон как бы «попал в ловушку», и его энергия не распространяется по объёму [23].

Джон рассмотрел 3D-модель неупорядоченной сверхрешётки с двумя «границами подвижности» фотонов (Mobility Edges), отделяющими низкочастотные рэлеевское рассеяние и высокочастот-



Рис. 4. Фотонные кристаллы: а – 1D; б – 2D; в – 3D [27]

ные геометрически-оптические протяжённые состояния, разделённые «пограничной зоной» сильно локализованных фотонов (рис. 3). Эту зону Джон определяет как некий «псевдозазор» (Pseudogap – PG), в котором плотность фотонных состояний (Density of States – DOS) сильно подавлена. Размер псевдощели, в которой DOS существенно отличается от DOS обычного вакуума, может составлять до 25% от центральной частоты.

Природа возникновения PG связана с остаточными брэгговскими резонансами.

Как показано на рис. 3, вблизи критической частоты фазовое пространство, доступное для распространения фотонов, ограничено аналогично тому, как это работает в «электронном кармане» вблизи края зоны проводимости в физике полупроводников. Когерентное обратное рассеяние света должно происходить посредством индуцированного беспорядком рассеяния внутри и между такими долинами в фазовом пространстве. Направление фотонов вдоль определённых направлений этим остатком базовой геометрии сверхрешётки обеспечивает мощный механизм для сильной локализации света. Самым важным моментом этой работы было то, что Саджив Джон показал, как в принципе можно управлять сильной локализацией фотонов в частотном окне в некоторых неупорядоченных сверхрешёточных микроструктурах с достаточно высоким диэлектрическим контрастом. Такие материалы могли бы стать фотонным аналогом аморфных полупроводников, в которых взаимодействие упорядоченных структур и искусственных нарушений приводит к ограничению когерентного обратного рассеяния определёнными брэгговскими резонансными каналами. Это означает, что использование локализации в качестве триггерного механизма для нелинейного или бистабильного отклика может открыть дорогу для соз-

дания ряда полезных устройств, в которых вместо электронов используются фотоны.

Идеи Саджива Джона вдохновили научное сообщество на поиски способов управления фотонами в новых кристаллических структурах.

В конце 1980-х Эли Яблонович, работавший в Bell Communications Research, исследовал проблему борьбы с нежелательными частотами, генерируемыми в полупроводниковых лазерах. В частности, его интересовали вопросы подавления спонтанного излучения электрона в инверсном слое лазерной гетероструктуры GaAs. В числе вопросов, которые рассматривал Яблонович, были процессы перехода между зонами, при которых электрон проходит через новое локализованное энергетическое состояние. Подобные эффекты могут возникать в запрещённой зоне благодаря легирующей примеси или дефектам в кристаллической решетке [24]. В этой работе было показано, что при умеренных уровнях инжекции поверхностная, излучательная и оже-рекомбинация могут быть подавлены. В результате остаётся только рекомбинация Шокли-Рида-Холла (SRH), обусловленная дефектами кристаллографической структуры.

В другой своей работе, опубликованной в этом же году в журнале Physical Review Letters, Яблонович продолжил исследования излучения фотонов в процессе рекомбинации электронов в лазерных гетероструктурах. Его идея заключалась в том, чтобы попытаться найти способ организации в кристаллической структуре каких-то зон, запрещавших распространение фотонов определённых частот.

Так, Яблонович показал, что если в трёхмерной модели кристаллической диэлектрической структуры имеется электромагнитная запрещённая зона, перекрывающую электронную кромку, то спонтанное излучение на этих частотах может быть строго запрещено. При этом с помощью фазового сдвига можно

формировать локальную моду в фотонной щели, пригодную для конкретного лазерного режима.

Например, в кристаллических структурах с периодически изменяющейся диэлектрической проницаемостью, период которой сравним с длиной волны света, распространение фотонов с этими частотами будет просто невозможно [25].

Иными словами, Яблонович показал, что если в материале создать «фотонную запрещённую зону – ФЗЗ» (Photonic Band Gap – PBG), то можно управлять процессом излучения и поглощения света.

3. Фотонные кристаллы

Поскольку Эли Яблонович и Саджив Джон работали над проблемой ФЗЗ с точки зрения разных приложений, они не только не конкурировали друг с другом, но часто встречались и вместе обсуждали проблему фотонных кристаллов (PhC) [26].

К началу 1990-х уже были понятны основные характеристики фотонных кристаллов (ФК) с размерностью 1D, 2D, 3D (рис. 4). В современной трактовке фотонный кристалл (Photonic Crystal – PhC) представляет собой структуру, у которой диэлектрическая проницаемость периодически меняется в пространстве с периодом, сравнимым с длиной волны света и допускающим брэгговскую дифракцию. При этом периодические скачки коэффициента преломления могут быть вызваны как естественными особенностями структуры кристалла, так и искусственными изменениями.

Одномерные фотонные кристаллы (1D PhC) представляют собой периодическое чередование слоёв материалов с различными диэлектрическими константами. Исторически к этому классу структур относятся распределённые брэгговские отражатели (Distributed Bragg Reflectors, DBR) – многослойные диэлектрические зеркала, которые сыграли ключевую роль в развитии полупроводниковой оптоэлектроники.

Огромное значение в этом смысле имеют работы Жореса Ивановича Алфёрова и его школы по созданию гетероструктур на основе полупроводниковых соединений.

Хотя классические гетероструктуры Алфёрова не являются фотонными кристаллами в строгом смысле, брэгговские отражатели в вертикально-излучающих лазерах (VCSEL), развитие кото-

рых во многом базировалось на идеях Алфёрова, представляют собой именно одномерные фотонные кристаллы.

Одномерные фотонные кристаллы – это многослойные структуры из чередующихся слоёв материалов с высоким и низким показателями преломления. Типичная структура DBR на основе GaAs/AlAs содержит 20–40 пар слоёв, причём толщина каждого слоя точно составляет $\lambda/4n$ (где λ – длина волны света, n – показатель преломления материала). Такие структуры способны обеспечить коэффициент отражения более 99,9% в определённом диапазоне длин волн. Об этом мы достаточно подробно писали в СОЭЛ № 1–2, 2025.

Фотонные кристаллы 1D не обеспечивают полной фотонной запрещённой зоны, но находят широкое применение благодаря простоте изготовления [28].

Двумерные фотонные кристаллы (2D PhC) характеризуются периодичностью в двух направлениях при однородности в третьем. Существуют два основных типа таких структур: стержневого типа, где диэлектрические элементы (стержни) расположены в воздухе, и «пустотного» типа с воздушными отверстиями, созданными в диэлектрической матрице. Каждый тип оптимизирован для определённой поляризации света. Стержни лучше работают для ТЕ-поляризации, а отверстия – для ТМ-поляризации.

Введение линейных дефектов в такие структуры создаёт волноводы, демонстрирующие эффект замедления света, который используется в сенсорных приложениях и устройствах обработки оптических сигналов.

Трёхмерные фотонные кристаллы (3D PhC) с периодичностью во всех трёх измерениях способны создавать полную фотонную запрещённую зону.

Несмотря на преимущества, 3D-структуры оставались сложными в изготовлении.

В конце 1980-х Яблонович продолжал поиски идеального материала для твердотельных лазеров, поддерживающих излучение на одной определённой волне и запрещающих на других частотах. В 1987 он со своим немецким коллегой Т. Гмиттером опубликовал чисто теоретическую статью с описанием возможной конструкции фотонного кристалла в трёхмерно-периодической диэлектрической структуре с ГЦК-решёткой (Three Dimensionally Periodic Face Centered Cubic – FCC) [29]. Они предлагали ЦК из пластика, в котором равномерно по все-

му объёму были расположены сферические полости, занимавшие по объёму более 86%.

Однако тщательный теоретический анализ и попытки повторить эксперимент другими группами показали, что в этой конструкции с FCC обнаруженные Яблоновичем аномалии относились скорее к «псевдощели», где распространение света затруднено, но не запрещено полностью. Причина неудачи Яблоновича (1989) заключалась в так называемом вырождении в точке W зоны Бриллюэна, которое означает, что две энергетические полосы в зонной структуре соприкасаются друг с другом. Поскольку между ними нет ФЗЗ, свет может проходить между соприкасающимися зонами.

В 1990 году Чан, Хо и Соколис, используя метод PWE – Plane-Wave Expansion (разложения по плоским волнам), решили уравнения Максвелла для распространения электромагнитных волн в периодической решётке диэлектрических сфер. Их теоретические расчёты показали неожиданный результат. В то время как FCC-структуры из диэлектрических сфер, использованные Яблоновичем, не обладают полной трёхмерной фотонной запрещённой зоной, диэлектрические сферы, расположенные в узлах алмазной решётки (но масштабированной до оптических размеров), действительно демонстрируют полную фотонную запрещённую зону. В первом приближении их идея структуры заключалась в том, чтобы взять кристаллическую решётку алмаза и адаптировать её под длины волн электромагнитного излучения.

Они показали, что в таких конструкциях запрещённая зона может возникнуть уже при достаточно низком контрасте показателей преломления (всего 2:1) [30]. Основной целью этой работы была демонстрация преимуществ алмазной геометрии: низкий порог контраста диэлектрической проницаемости, необходимый для открытия полной запрещённой зоны ($\epsilon = 4$); высокая устойчивость к структурным дефектам; большая относительная ширина запрещённой зоны 15% (по сравнению с 5% для FCC).

Учитывая свои неудачные расчёты конструкций, а также работы других авторов, Эли Яблонович со своими коллегами Т. Гмиттером и теоретиком К.М. Лиёнгом предложили в 1991 году новую конструкцию фотонного кристалла, в которой сферические поло-

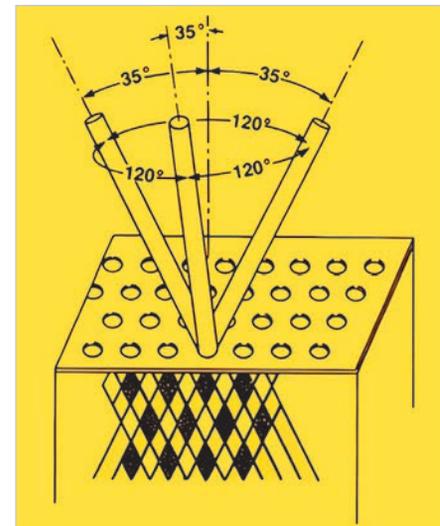


Рис. 5. Схема изготовления первого квантового кристалла «яблоновит»

сти были заменены на цилиндрические [31].

В отличие от изотропной сферы, анизотропный цилиндр имеет одно ограничение вдоль оси. В результате пониженная симметрия цилиндра приводит к снятию вырождения в точке W зоны Бриллюэна. В этой конструкции важно было то, что форма и геометрия кристалла были выбраны в соответствии с алмазной схемой решётки.

Предложенная Яблоновичем теоретическая структура представляла собой две взаимопроницающие FCC-решетки, смещённые друг относительно друга на четверть диагонали куба. Однако такую структуру было не очень просто изготовить. Для работы в микроволновом диапазоне Яблонович предложил «метод трёх наклонных сверлений», схема которого показана на рис. 5.

Фотонный кристалл с такой структурой позже получил название «яблоновит» (Photonic Crystal Yablonovite).

При изготовлении «яблоновита» в кристалле диэлектрика с диэлектрической проницаемостью около 12 (близкой к кремнию) сначала высверливались отверстия диаметром 6 мм под углом между диагональю куба и одной из его граней 35,26°. В каждой точке просверливаются три отверстия, направления которых при взгляде сверху образуют углы 120° друг относительно друга. В результате эти наклонные цилиндрические отверстия пересекались внутри материала, образуя сложную трёхмерную структуру. Геометрия этих пересечений создавала решётку, напоминающую структуру алмаза.

В результате эксперимента был получен фотонный кристалл, для которого

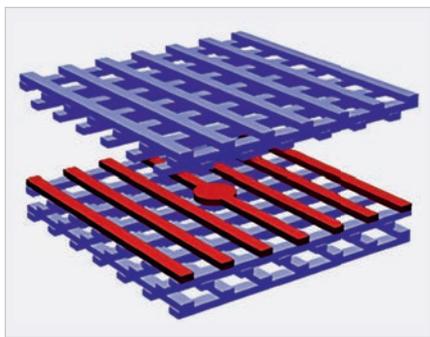


Рис. 6. Схема трёхмерного фотонного кристалла с 3D PBG Woodpile

в результате эксперимента была действительно продемонстрирована полная трёхмерная фотонная запрещённая зона. Измерения подтвердили, что в определённом диапазоне частот электромагнитные волны не могут распространяться внутри кристалла на заданном направлении.

Как известно, важнейшее свойство электромагнитных волн заключается в инвариантности уравнений Максвелла. Это означает, что если уменьшить все размеры структуры в N раз, то и длина волны, на которой работает фотонный кристалл, уменьшится в N раз. Это значит, что структура, работающая на миллиметровых волнах, будет работать на инфракрасных волнах, если её период уменьшить до 1 мкм.

Именно поэтому работа Яблоновича оказалась такой востребованной. Фактически он указал путь к созданию фотонных кристаллов для оптического диапазона. Для того чтобы перейти к инфракрасному диапазону, нужно было просто заменить механическое сверление на специальные методы, такие как, например: литография, ионное травление, химическое травление под углом, химически-стимулированное ионное травление.

Дальнейшее развитие фотонных кристаллов в основном было связано с поисками новых конструкций (3D PhC) с оптимальными полными фотонными запрещёнными зонами ФЗЗ (PBG).

В работе [32] была предложена теоретическая концепция трёхмерной периодической диэлектрической структуры, состоящей из уложенных друг на друга слоёв параллельных диэлектрических стержней. Слои были смещены в повторяющейся последовательности, образуя структуру с полной запрещённой зоной. В этой статье приведены результаты численного моделирования зонной структуры такого фотонного кристалла. Было показано, что структура обла-

дает полной фотонной запрещённой зоной значительной ширины и остаётся открытой для показателей преломления $n \geq 1,9$.

Впервые реализовать практически такую конструкцию удалось только через четыре года. В 1998 году коллектив авторов под руководством Шон Юй Линя (Shawn Yu Lin) из «Национальной лаборатории Сандия» (Sandia National Laboratories) продемонстрировал первый успешный 3D-фотонный кристалл, работающий в инфракрасном диапазоне. Вероятно, уместно сказать, что это одна из крупнейших национальных лабораторий США, управляемая Министерством энергетики США. В 1990-х годах Sandia была идеальным примером научно-производственной корпорации, обладая самыми передовыми технологиями в мире и практически неограниченным бюджетом. Достаточно сказать, что Sandia была признанным лидером в области MEMS. Именно в этом НПК была разработана знаменитая технология многослойной поверхностной микрообработки поликристаллического кремния SUMMiT (Sandia Ultra-Planar Multi-Level MEMS Technology), позволявшая создавать сложные трёхмерные микромеханические структуры. Кроме того, здесь была разработана и использовалась технология прецизионной химико-механической полировки микроизделий, необходимой для изготовления планарных структур. К середине 1990-х Sandia накопила огромный опыт в послойной литографии с точностью выравнивания слоёв лучше 50 нм и создании структур с размерами элементов менее 10 нм. Такие возможности позволили создать микрокристалл, состоящий из стопки стержней из поликремния шириной 1,2 мкм и высотой 1,5 мкм, напоминающий поленницу дров. Именно поэтому такая структура получила название «Woodpile».

Фотонные кристаллы были изготовлены методом послойной литографии для создания канавок в кремниевых пластинах с последующим их заполнением диоксидом кремния. На следующем этапе проводилась полировка и добавление новых слоёв под прямым углом к предыдущим. Процесс заканчивался травлением диоксида кремния и получением решётки из поликремниевых стержней. Шаг решётки составлял 4,8 мкм, а размеры элементов были порядка ~180 нм. В результате экспериментов была зафиксирована запрещённая фотонная зона в диапазо-

не среднего инфракрасного диапазона (10–14,5 мкм). Характерной особенностью было сильное затухание света (~12 дБ на элементарную ячейку). Важно то, что была доказана хорошая воспроизводимость. Спектральный отклик был однороден с точностью лучше 1% по всей площади 6-дюймовой пластины, на которой были синтезированы эти фотонные кристаллы.

Типовая схема трёхмерного фотонного кристалла с 3D PBG Woodpile показана на рис. 6.

Структура Woodpile формируется последовательной укладкой слоёв диэлектрических брусков, ориентированных перпендикулярно в соседних слоях. Синие слои соответствуют основному периодическому стеку, создающему трёхмерную фотонную запрещённую зону. Красный слой показывает локализованный дефект (резонатор или волноводный канал), возникающий при нарушении периодичности в одном из слоёв и позволяющий формировать оптические моды внутри запрещённой зоны.

Обзор базовых структур типа Woodpile приведён в работе [34].

В 2001 году Саджив Джон и Овидиу Тоадер предложили один из вариантов своих расчётов: архитектуру трёхмерных фотонных кристаллов, получившую название «Square Spiral Posts Structure – SSPS» (структура квадратных спиральных столбиков на тетрагональной решётке) [35].

Структура SSPS напоминает винтовую лестницу. В отличие от предложенных ранее круговых спиралей, квадратные спирали не требуют фазового сдвига между соседними столбиками, что критически важно для практической реализации [36].

Структура SSPS (Square Spiral), предложенная Джоном, базируется на модернизированной алмазной решётке. Сама идея использования алмазной решётки основана на фактической аналогии между электронами в полупроводниках и фотонами в диэлектрических структурах. Эта аналогия позволила перенести на оптику некоторые базовые концепции физики твёрдого тела, такие как, например: зонная структура, запрещённые зоны, дефектные состояния в запрещённой зоне.

Вместе с тем важно понимать границы этой аналогии. Так, в полупроводниках запрещённая зона отделяет заполненную валентную зону от пустой зоны проводимости, что позволяет управлять электронным транспортом (дио-

ды, транзисторы). В фотонных кристаллах запрещённая зона означает полное отсутствие фотонных мод определённых частот. Поэтому свет этих частот просто не может распространяться в такой структуре, независимо от направления. Это скорее аналог ФНЧ для определённых частот света.

С этой точки зрения очень привлекательным казался алмаз. Однако ключевое отличие заключается в том, что для электронов важна атомная решётка с масштабами порядка десятых долей нанометра, а для фотонов критичной является макроскопическая периодическая структура с периодом порядка 1000 нм. Атомная решётка природного алмаза имеет период около 0,36 нм, тогда как длина волны видимого света составляет 400–700 нм. Для возникновения фотонной запрещённой зоны необходима периодическая структура с периодом, сравнимым с длиной волны света.

Именно поэтому структура SSPS, предложенная Джоном и Тоадером, представляет собой искажение нестандартных алмазных связей, в которой спиральные рукава соединяют точки, соответствующие узлам алмазной решётки, но с периодом, увеличенным примерно в 1000 раз по сравнению с атомным алмазом.

Для кремниевых столбиков в воздухе предсказана полная трёхмерная фотонная запрещённая зона до 15% от центральной частоты зоны (между 4-й и 5-й фотонными зонами). Для инверсной структуры (воздушные каналы в кремнии) – до 24%.

Крайне важными в этой работе были технологические преимущества, заключающиеся в том, что, в отличие от сложных многостадийных литографических процессов для Woodpile-структур, SSPS-кристалл мог быть изготовлен методом GLAD (Glancing Angle Deposition) практически в один технологический этап. При этом простое управление процессом позволяло точно контролировать параметры структуры, меняя изменение условий осаждения.

Структурная схема метода осаждения под скольльзящим углом «Glancing Angle Deposition – GLAD» показана на рис. 7 [37].

Принцип действия этой методики заключается в осаждении высокопористых плёнок под экстремальными углами падения. При этих косых углах, R , инициализируется процесс начальной

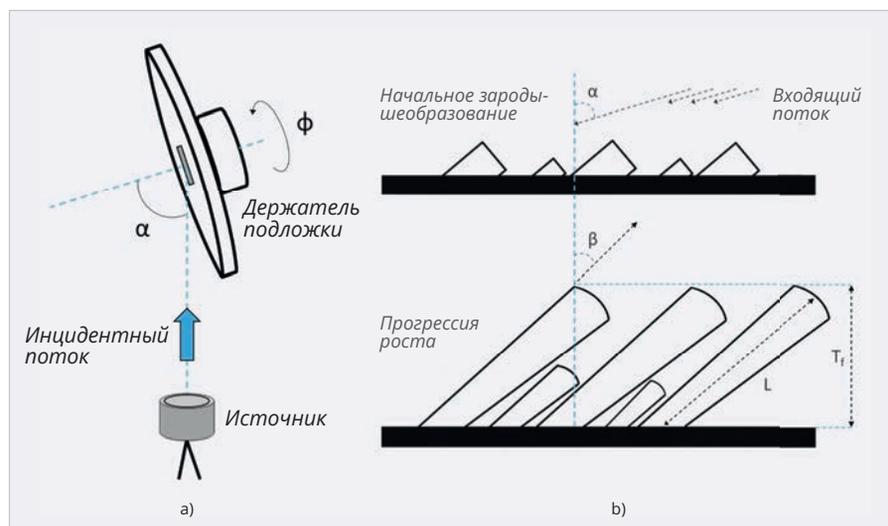


Рис. 7. Схема метода осаждения под скольльзящим углом *Glancing Angle Deposition – GLAD* (a – источник углового осаждения; b – тонкая столбчатая плёнка; c – лабораторная и главная системы координат)

стадии зародышеобразования, где только верхние области доступны входящему потоку, а рост в других областях предотвращается. Ориентация подложки обеспечивается двумя шаговыми двигателями, которые управляются специально разработанной компьютерной программой. Таким образом контролируется скорость осаждения и толщина кристалла в конкретной точке.

В работе [38] Тоадер и Джон рассчитали различные варианты конструкций 3D SSPS PhC с очень большими и прочными трёхмерными фотонными запрещёнными зонами (ФЗЗ). Эти кристаллы основаны на чередующихся полигональных спиральных столбиках и могут быть эффективно изготовлены в больших масштабах в одностадийном процессе с использованием техники GLAD.

В этой работе предложены оптимальные варианты геометрии для спиральных фотонных кристаллов с учётом конкретного размера и местоположения ФЗЗ в многомерном пространстве параметров, характеризующем форму каждого спирального столбика. Для оптимальной ФЗЗ спиральные рукава и изгибы могут значительно отклоняться от параметров исходной точечной решётки. Наибольшие значения трёхмерных ФЗЗ (3D PBG – Photonic Band Gap) получаются для квадратных спиральных столбиков, которые навиваются вокруг оси [001] алмазной решётки и в которых сегменты спиральных рукавов соединяют либо пятую, либо первую ближайшую соседнюю точку родительской решётки. Для кремниевых столбиков с диэлектрической проницаемо-

стью 11,9 на воздушном фоне полная ФЗЗ (PBG) может достигать 16% от центральной частоты. Для соответствующих воздушных столбиков на кремниевом фоне максимальная ФЗЗ (PBG) составит 24% от центральной частоты.

Отмеченные выше две работы Джона были чисто теоретическими разработками. Впервые структура фотонного кристалла SSPS была экспериментально опробована в 2003 году [39].

Используя технологию GLAD, они изготовили образцы фотонных кристаллов SSPS с трёхмерной относительной запрещённой зоной 10%. Эта тонкоплёночная структура была получена в одноэтапном процессе GLAD. На рис. 8 показаны образцы кремниевой SSPS структуры PhC, полученные в этой работе.

Квадратная спиральная структура фотонного кристалла представляет собой трёхмерную периодическую систему, в которой узлы алмазной решётки соединяются спиральными колоннами из материала плёнки. Особенностью схемы является то, что каждый последующий «рукав» спирали ориентирован под прямым углом к предыдущему направлению.

Основное изображение на рис. 8 показывает общий вид массива спиральных колонн в наклонной проекции, демонстрирующий тетрагональное упорядочение спиралей на подложке. Верхняя вставка представляет вид сбоку, где отчетливо видна слоистая структура с характерным зигзагообразным профилем.

Левая вставка показывает смоделированный вид одиночной квадратной

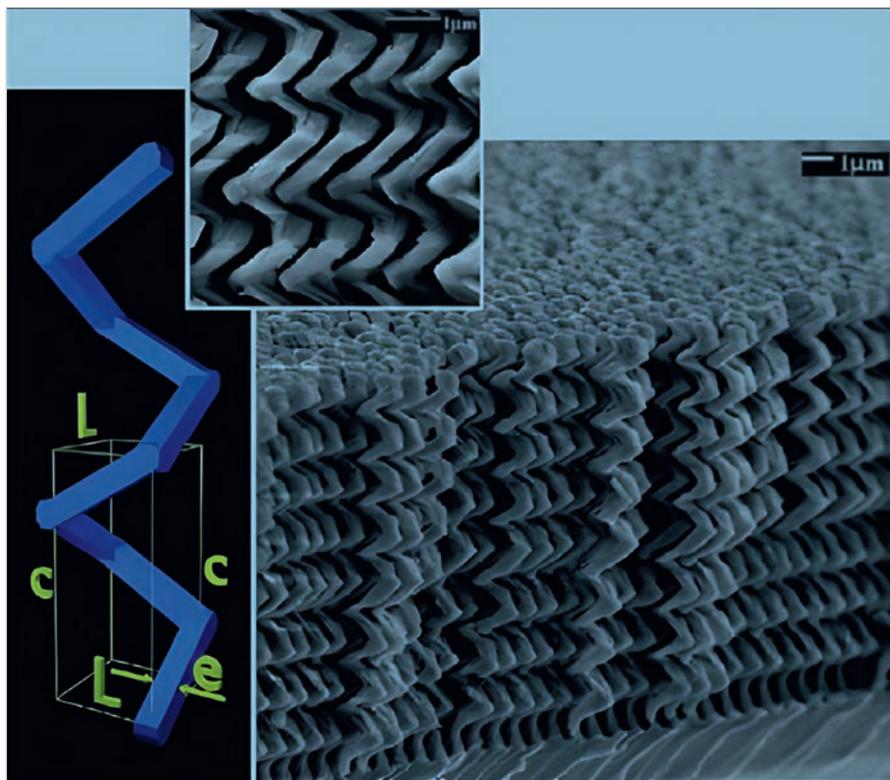


Рис. 8. Структура SSPS фотонного кристалла с широкой 3D запрещённой зоной

спирали с обозначением ключевых структурных параметров.

Данная структура имела следующие параметры:

- период решётки $a = 1000$ нм;
- геометрические параметры $[L, c, e] = [0,72; 1,40; 0,37]$;
- угол напыления 84° от нормали;
- вертикальный шаг поворота 45 нм на каждые 90° поворота.

Такая конфигурация соответствует соединению ближайших соседей (1st Nearest Neighbour) в алмазной решётке типа [001]-diamond:1, что обеспечивает объёмный коэффициент заполнения кремнием около одной трети. Измерения показали верхний и нижний края частотной зоны на длинах волн $2,50$ и $2,75$ мкм в инфракрасной области спектра.

Необходимо отметить ещё одно важное достижение в технологии изготовления трёхмерных фотонных кристаллов – «голографическую литографию» (Holographic Lithography). Идею этой технологии высказали В. Бергер, О. Готье-Лафай и Э. Костард в 1997 году [40].

В этой работе они впервые показали, что периодические фотонные структуры можно рассматривать как голограммы с очень высоким контрастом показателя преломления, и что их можно создавать простой голографической записью интерференционной картины от небольшого числа све-

товых пучков. Суть идеи заключалась в следующем.

Хорошо известно, что в точке пересечения трёх-четырёх когерентных лазерных пучков, направленных под определёнными углами, образуется стабильная трёхмерная интерференционная картина с периодической структурой. Эта картина имеет определённую симметрию, которая зависит от углов между пучками и их поляризации.

На рис. 9 показано расположение регистрирующих лучей [41].

Все лучи линейно поляризованы в одном направлении, которое можно определить как направление линии между точками 1–3 (или 2–4) на рис. 9. Симметрия интерференционной картины определяется количеством регистрирующих лучей (четыре или пять) и условиями их сходимости, определяемыми углом θ между направлением луча и главной оптической осью оптической системы. Четырёхлучевая конфигурация (слева) использует четыре луча с одинаковым углом θ , расположенных по углам квадрата, тогда как пятилучевая конфигурация (справа) имеет дополнительный луч в центре квадрата ($\theta = 0$). Симметричная четырёхлучевая конфигурация практически не используется в экспериментах, поскольку может создавать только двумерную картину интен-

сивности. Симметричная пятилучевая конфигурация с регулируемыми фазами способна создавать ряд трёхмерных интерференционных картин различной сложности.

Если в область интерференции поместить фоточувствительный материал, который полимеризуется или, наоборот, разрушается, то после экспозиции остаётся трёхмерная периодическая структура, то есть шаблон фотонного кристалла. Бергер с коллегами подтвердили свою идею экспериментально. Они реализовали двумерные фотонные структуры в GaAs методом голографической литографии.

Первую экспериментальную реализацию трёхмерных фотонных кристаллов методом голографической литографии для видимого диапазона выполнила группа М. Кэмпбелл, Д. Шарп, М. Харрисон, Р. Деннинг и А. Терберфилд из Оксфордского университета (Великобритания) в 2000 году [42].

Они продемонстрировали создание полимерных фотонных кристаллов с субмикронной периодичностью. В своих экспериментах эта группа получила реальные образцы 3D гранцентрированной кубической (FCC) структуры RhC. Также они продемонстрировали методику использования этих структур как шаблонов для создания кристаллов из TiO_2 с высоким контрастом показателя преломления.

В 2004 году Джон, Чан и Тоадер опубликовали статью, в которой развили некоторые положения первоначальной голографической методики [43].

В своей статье Джон, Тоадер и Чан показали, как именно нужно подбирать интенсивность пучков, направление распространения и поляризацию, чтобы получать различные типы кристаллических структур с большими фотонными запрещёнными зонами.

Используя критерий симметричности, они выделили среди прочих три семейства архитектур с большими фотонными запрещёнными зонами. Эти архитектуры определяются интенсивными поверхностями интерференции четырёх лазерных пучков при определённом выборе интенсивностей, направлений и поляризаций.

Максимальные значения отношения ширины ФЗЗ к центральной частоте были получены для следующих структур (при условии, что интенсивная поверхность определяет границу кремний-воздух с диэлектрической постоянной 11,9):

- алмазоподобный кристалл (Diamond-Like Crystal) – 25%;
- новая объёмно-центрированная кубическая архитектура (Body-Centered Cubic) – 21%;
- простая кубическая структура (Simple Cubic) – 11%.

Преимущества этой методики голографической литографии очевидны: одна экспозиция создаёт всю трёхмерную структуру за один технологический шаг, что существенно упрощает и удешевляет производство фотонных кристаллов по сравнению с многостадийными процессами.

Эта работа является своего рода завершением основного этапа формирования теории и базовых лабораторных конструкций фотонных кристаллов. Дальнейшее развитие теории было связано с более глубоким погружением в квантовую физику и квантовую химию. Детальное описание оптических свойств фотонных кристаллов приведено, например, в монографии на русском [44].

Развитие технических моментов сконцентрировалось на разработках технологий для массового производства. Описанные конструкции всё больше внедряются сегодня в самые различные области. Разработанные архитектуры фотонных кристаллов нашли практическое применение в создании ультракомпактных лазеров, оптических фильтров, волноводов с резкими изгибами без потерь и других компонентов для интегральных оптических схем. Перспективным является использование ФК в телекоммуникационных приложениях, особенно диапазона 1,3–1,5 мкм.

Подробнее о подобного рода новинках мы планируем рассказать в следующих номерах журнала.

В этой части статьи мы постарались показать, как развивались концепции фотонных кристаллов, представляя собой прямое продолжение фундаментальных идей Игоря Тамма о локализации волновых функций на поверхностях и границах периодических структур от одномерных брэгговских зеркал и двумерных решёток к трёхмерным архитектурам с полной фотонной запрещённой зоной. Крайне важным оказалось понимание того, что локализованные состояния могли возникать не только на границе сред, но и внутри периодической структуры при её намеренном нарушении. Это обстоятельство напрямую связывает

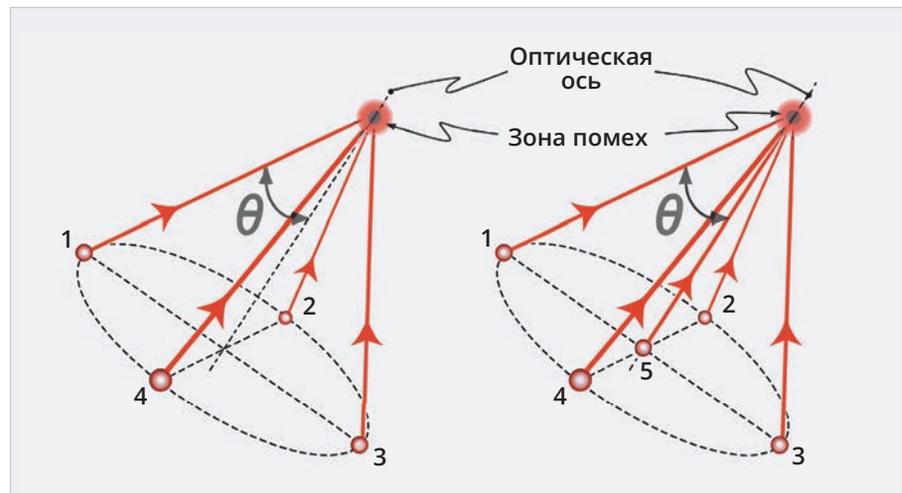


Рис. 9. Структурная схема голографической записи с использованием четырёх и пяти лазерных лучей в методе Holographic Lithography

идею фотонных кристаллов с исходной работой И.Е. Тамма (1932), где было показано, что обрыв периодичности потенциала порождает поверхностные связанные состояния.

С точки зрения преемственности российских научных школ нескольких поколений чрезвычайно важно показать, как идеи Игоря Тамма развивали его ученики, а их ученики, в свою очередь, делали совершенно неожиданные открытия, продолжая исследования в этой области. Поэтому в этой статье не были рассмотрены оптические состояния Тамма (ОСТ) и плазмон-поляритоны Тамма (ППТ). Поскольку приоритет открытия этих явлений целиком принадлежит российским учёным, целесообразно посвятить им более подробную отдельную статью в одном из следующих номеров журнала.

Литература

1. Tamm I.E. On the possible bound states of electrons on a crystal surface. Zeitschrift für Physik der Sowjetunion, 1932, 1, 733. URL: https://elib.biblioatom.ru/text/tamm_sobranie-trudov_t1_1975/p216.
2. Блоховская волна. URL: <https://bit.ly/3XaQexU>.
3. The image was generated by AI Claude Sonnet 4.5 based on the text description of the article's author. URL: <https://claude.ai>.
4. Дависон С., Левин Дж. Поверхностные (таммовские) состояния. М.: Мир, 1973. URL: https://korobkknig.ru/nauka_i_tehnika1/fizika/poverhnostnyetammovskie-sostoyaniya-57152.html.
5. Binnig G., Rohrer H. Scanning tunneling microscopy. Surface Science. 1983. Vol. 126, No. 1-3. P. 236–244. DOI: [https://doi.org/10.1016/0039-6028\(83\)90716-1](https://doi.org/10.1016/0039-6028(83)90716-1).
6. Scanning tunneling microscope schematic diagram. URL: https://www.researchgate.net/figure/Scanning-tunneling-microscope-schematic-diagram_fig6_281534044.
7. Binnig G., Rohrer H. Nobel Lecture, December 8, 1986. URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1986/summary/>.
8. Миронов В.Л. Основы сканирующей зондовой микроскопии. РАН, Нижний Новгород, 2004. URL: <http://nano.nnov.ru/documents/lectures/Mironov/SPM.Book.pdf>.
9. Physics of Quantum Electron Devices. W.J. Skocpol. Chapter «Quantum Effects in Quasi-One-Dimensional MOSFETs». pp 367–399. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-74751-9_12.
10. Philip W. Anderson. Absence of Diffusion in Certain Random Lattices. Physical Review 109, 1492–1505. URL: <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.109.1492>.
11. Fifty years of Anderson localization. Copyright © 2010 by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. URL: <https://bit.ly/3JGNeGt>.
12. Scaling Theory of Localization: Absence of Quantum Diffusion in Two Dimensions. E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello and T.V. Ramakrishnan. Phys. Rev. Lett. 42, 673. 1979. URL: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.42.673>.
13. Bykov V.P. Spontaneous Emission in a Periodic Structure. SOVIET PHYSICS JETP, v 35, p 269–273, 1972.

- URL: http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_035_02_0269.pdf.
14. Гинзбург В.Л. Поверхностные электромагнитные волны. Успехи физических наук. 1959. Т. 68, № 4. С. 411–448. URL: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0068.195904b.0411>.
 15. Алфёров Ж.И., Крёмер Г. Полупроводниковые гетероструктуры // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 8. С. 879–892. URL: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0171.200108d.0879>.
 16. Творец и лидер. Николай Геннадиевич Басов // Журнал радиоэлектроники. 2023. № 2. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/feb23/1/abstract.html>.
 17. Иванов А.Л., Келдыш Л.В. Поверхностные экситоны // ЖЭТФ. 1978. Т. 74. № 3. С. 861–873. URL: <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/47/3/p431?a=list>.
 18. Алексеев В. Открытие квантовых точек и разработка технологии их массового производства. Часть 1. Полупроводниковые наноматериалы с эффектом запрета перемещения зарядов по определённым направлениям // Современная электроника. 2024. № 2. URL: www.soel.ru.
 19. Hikami S., Larkin A.I., Nagaoka Y. Spin-Orbit Interaction and Magnetoresistance in the Two Dimensional Random System. Prog. Theor. Phys. Vol. 63, No. 2, February 1980. URL: <https://academic.oup.com/ptp/article/63/2/707/1888502>.
 20. Bishop D.J., Dynes R.C. Anisotropy in weakly localized electronic transport: A parameter-free test of the scaling theory of localization. Physical Review, b-30, 3539. 1984. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.30.3539>.
 21. Vollhardt D., Wölfle P. Scaling Equations from a Self-Consistent Theory of Anderson Localization. Phys. Rev. Lett. 48, 699. 1982. URL: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.48.699>.
 22. John S. Electromagnetic absorption in a disordered medium near a photon mobility edge. Physical Review Letters. Vol. 53 (1984), pp. 2169. URL: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.53.2169>.
 23. John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. Physical Review Letters. 1987. Vol. 58, No. 23. P. 2486–2489. URL: https://www.physics.utoronto.ca/~john/john/p2486_1.pdf.
 24. Yablonoitch E., Bhat R., Harbison J.P., Logan R.A. Survey of Defect-Mediated Recombination Lifetimes in GaAs Epilayers Grown by Different Methods. Applied Physics Letters, 1987, Vol. 50, No. 17, pp. 1197–1199. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.97909>.
 25. Yablonoitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics // Physical Review Letters. 1987. Vol. 58, No. 20. P. 2059–2062. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.58.2059>.
 26. Lindley D. The Birth of Photonic Crystals. Physics 6, 94, Landmarks, 2013 URL: <https://physics.aps.org/articles/v6/94>.
 27. Slow-Light Enhanced Liquid and Gas Sensing using 2D Photonic Crystal Line Waveguides – A Review. Anuj Singhal, Igor Paprotny. IEEE SENSORS JOURNAL. URL: https://www.researchgate.net/figure/Types-of-PhCs-a-1D-PhC-with-stack-of-varying-dielectric-materials-b-2D-PhC-with_fig2_363822106.
 28. Bouzidi A. et al. A tiny gas-sensor system based on 1D photonic crystal. Journal of Physics D: Applied Physics, 2015, vol. 48, no. 49, p. 495102. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0022-3727/48/49/495102>.
 29. Yablonoitch E., Gmitter T. Photonic band structure: The face-centered-cubic case. Phys. Rev. Lett., v. 63, p. 1950. 1989. URL: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.63.1950>.
 30. Ho K.M., Chan C.T., Soukoulis C.M. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. Physical Review Letters, Vol. 65, No. 25, pp. 3152–3155 (1990). DOI: 10.1103/PhysRevLett.65.3152 <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/10042794/>.
 31. Yablonoitch E., Gmitter J., Leung K.M. Photonic Band Structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms, Physical Review Letters, v. 67, no. 17, pp. 2295–2298, 1991. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.2295>.
 32. Ho K.M., Chan C.T., Soukoulis C.M., Biswas R., Sigalas M. Photonic band gaps in three dimensions: New layer-by-layer periodic structures. Solid State Commun. 1994, 89, 413–416. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/003810989490202X>.
 33. Lin S.Y., Fleming J.G. et al. A three-dimensional photonic crystal operating at infrared wavelengths. Nature volume 394, pages 251–253 (1998). URL: <https://www.nature.com/articles/28343>.
 34. Xu Zheng et al. Cavity Design in Woodpile Based 3D Photonic Crystals Appl. Sci. 2018, 8(7), 1087; URL: <https://doi.org/10.3390/app8071087>.
 35. Toader O., John S. Proposed square spiral microfabrication architecture for large three-dimensional photonic band gap crystals // Science. 2001. Vol. 292, No. 5519. P. 1133–1135.
 36. Photonic Crystal Fabrication. URL: https://nano-ops.com/app/uploads/2018/06/encyclopedia2011woldering_photoniccrystalfabrication-3.pdf.
 37. Samiran Bairagi et al. Glancing Angle Deposition and Growth Mechanism of Inclined AlN Nanostructures. MDPI, Coatings, 10(8), 768; 2020. URL: <https://doi.org/10.3390/coatings10080768>.
 38. Toader O., John S. Square spiral photonic crystals: robust architecture for microfabrication of materials with large three-dimensional photonic band gaps // Physical Review E. 2002. Vol. 66, No. 1. P. 016610. URL: <https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.66.016610>.
 39. Kennedy S.R., Brett M.J., Miguez H., Toader O., John S. Optical properties of a three-dimensional silicon square spiral photonic crystal // Photonics and Nanostructures – Fundamentals and Applications. 2003. Vol. 1, No. 1. P. 37–42. URL: <https://doi.org/10.1016/j.photonics.2003.10.001>.
 40. Berger V., Gauthier-Lafaye O. & Costard E. (1997). Photonic band gaps and holography. Journal of Applied Physics, 82(1), 60–64. URL: <https://doi.org/10.1063/1.365849>.
 41. Toshiaki Kondo et al. Fabrication of three-dimensional periodic microstructures in photoresist SU-8 by phasecontrolled holographic lithography. New J. Phys. 8 250. 2006. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1367-2630/8/10/250/pdf>.
 42. Campbell M., Sharp D., Harrison M., Denning R.G. & Turberfield A.J. (2000). Fabrication of photonic crystals for the visible spectrum by holographic lithography. Nature, 404(6773), 53–56. URL: <https://doi.org/10.1038/35003523>.
 43. Toader O., Chan T.Y.M., John S. Photonic band gap architectures for holographic lithography // Physical Review Letters. 2004. Vol. 92, No. 4. P. 043905. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.043905>.
 44. Шабанов В.Ф., Ветров С.Я., Шабанов А.В. Оптика реальных фотонных кристаллов. Издательство СО РАН, 2005. URL: <http://kirensky.ru/zdoc/PhotCry.pdf>.

