Виктор Денисенко

ПИД-регуляторы: вопросы реализации

Часть 1

Ограничения, накладываемые технической реализацией

Описанный в [1] ПИД-регулятор и его модификации являются теоретическими идеализациями реальных регуляторов, поэтому для их практического воплощения необходимо учесть особенности, порождаемые реальными условиями применения и технической реализации. К таким особенностям относятся:

- конечный динамический диапазон изменений физических переменных в системе (например, ограниченная мощность нагревателя, ограниченная пропускная способность клапана);
- не всегда существующая возможность изменения знака управляющего воздействия (например, в системе поддержания температуры часто отсутствует холодильник, двигатель может не иметь реверсивного хода, далеко не каждый самолёт имеет систему отрицательной тяги);
- ограниченная точность измерений, что требует специальных мер для выполнения операции дифференцирования с приемлемой погрешностью;
- наличие практически во всех системах типовых нелинейностей: насыщение (ограничение динамического диапазона изменения переменных), ограничение скорости нарастания, гистерезис и люфт;
- технологический разброс и случайные вариации параметров регулятора и объекта;
- дискретная реализация регулятора;
- необходимость плавного (безударного) переключения режимов регулирования.

Далее описываются методы решения проблем, вызванных перечисленными особенностями.

Погрешность дифференцирования и шум

Проблема численного дифференцирования является достаточно старой и общей как в цифровых, так и в аналоговых регуляторах. Суть её заключается в том, что производная вычисляется обычно как разность двух близких по величине переменных, поэтому относительная погрешность производной всегда оказывается больше, чем относительная погрешность численного представления дифференцируемой переменной.

В частности, если на вход дифференциатора поступает синусоидальный сигнал $A \cdot \sin(\omega t)$, то на выходе получим $A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$, то есть с ростом частоты ω увеличивается амплитуда сигнала на выходе дифференциатора. Иначе говоря, дифференциатор усиливает высокочастотные помехи, короткие выбросы и шум.

Если помехи, усиленные дифференциатором, лежат за границей диапазона рабочих частот ПИД-регулятора, то их можно ослабить с помощью фильтра верхних частот. Структурная реализация дифференциатора с фильтром показана на рис. 1. Здесь

$$y = Nx\left(1 - \frac{1}{sT/N+1}\right) = \left(\frac{sT}{sT/N+1}\right)x,$$

то есть передаточная функция полученного дифференциатора $D(s)$ может быть представлена в виде произведения передаточной функции идеального дифференциатора и передаточной функции фильтра первого порядка:

$$D(s) = (sT)\left(\frac{1}{sT/N+1}\right),$$

где коэффициент N задаёт граничную частоту фильтра и обычно выбирается равным 2...20 [2], T/N — постоянная времени фильтра, s — комплексная частота.

Большее ослабление высокочастотных шумов можно получить с помощью отдельного фильтра, который включается последовательно с ПИД-регулятором. Обычно используют фильтр второго порядка [2] с передаточной функцией

$$F(s) = \frac{1}{1 + sT_F + s^2 T_F^2/2},$$

Постоянную времени фильтра выбирают равной $T_F = T_i/N$, где $N = 2...20$ [2], T_i — постоянная интегрирования ПИД-регулятора. Граничную частоту фильтра желательно не выбирать ниже частоты $1/T_i$, так как это усложняет расчёт параметров регулятора и запас устойчивости.

Кроме шумов дифференцирования, на характеристики ПИД-регулятора влияют шумы измерений. Через цепь обратной связи эти шумы поступают на вход системы и затем проявляются как дисперсия управляющей переменной u. Высокочастотные шумы вредны тем, что вызывают ускоренный износ трубопроводной арматуры и электродвигателей.

Поскольку объект управления обычно является низкочастотным фильтром, шумы измерений редко проникают по контуру регулирования на выход системы. Однако они увеличивают погрешность измерений $y(t)$ и снижают точность регулирования.

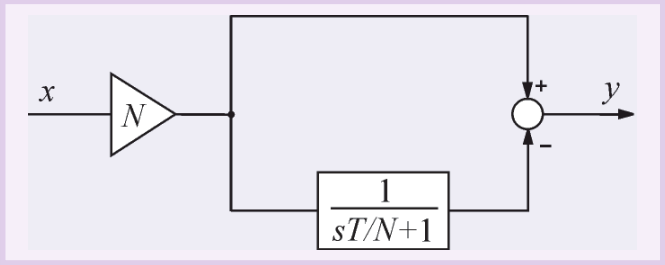


Рис. 1. Структурная реализация дифференциального члена ПИД-регулятора

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

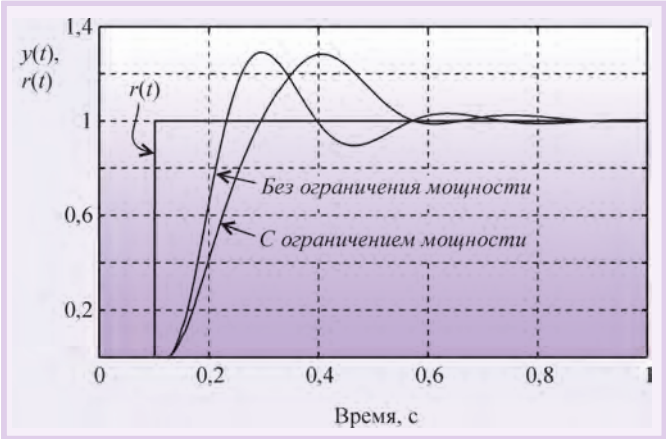


Рис. 2. Реакция выходной переменной $y(t)$ на скачок входного воздействия $r(t)$ для ПИ-регулятора при условии ограничения мощности на входе объекта $u(t)$ и без ограничения (объект второго порядка, T_1 = 0,1 с, T_2 = 0,05 с, L = 0,02 с; параметры регулятора: K = 2, T_i = 0,06 с, T_d = 0)

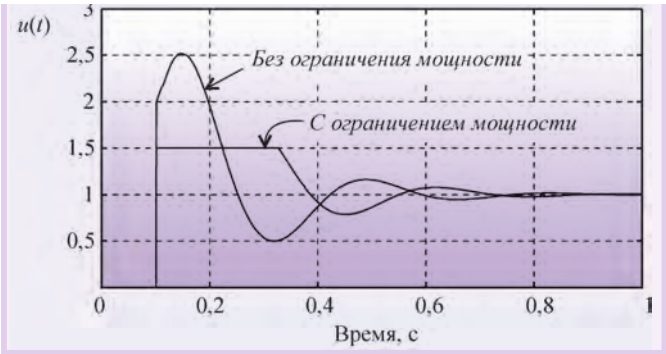


Рис. 3. Сигнал на входе объекта $u(t)$ при условии ограничения мощности и без (объект второго порядка, T_1 = 0,1 с, T_2 = 0,05 с, L = 0,02 с; параметры регулятора: K = 2, T_i = 0,06 с, T_d = 0)

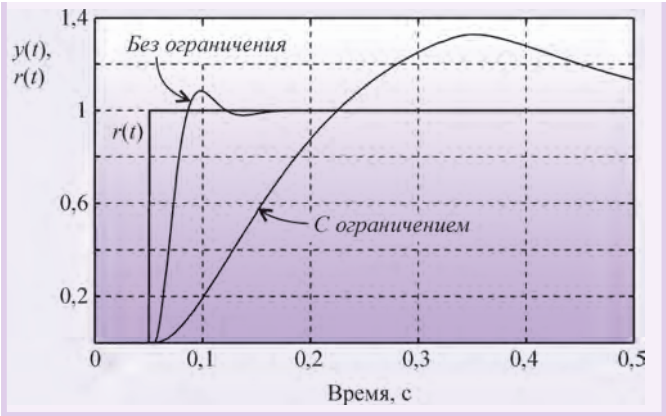


Рис. 4. Реакция выходной переменной $y(t)$ на скачок входного воздействия $r(t)$ для ПИД-регулятора при условии ограничения мощности на входе объекта $u(t)$ и без ограничения (объект второго порядка, T_1 = 0,1 с, T_2 = 0,05 с, L = 0,02 с; параметры регулятора: K = 10, T_i = 0,014 с, T_d = 0,3 с)

В ПИД-регуляторах различают шум со спектром в области низких частот, вызванный внешними воздействиями на объект управления, и высокочастотный шум, связанный с электромагнитными наводками, помехами по шинам питания и земли, с дискретизацией измеряемого сигнала и другими причинами [3, 4]. Низкочастотный шум моделируют как внешнее возмущение $d(s)$, высокочастотный — как шумы измерений $n(s)$.

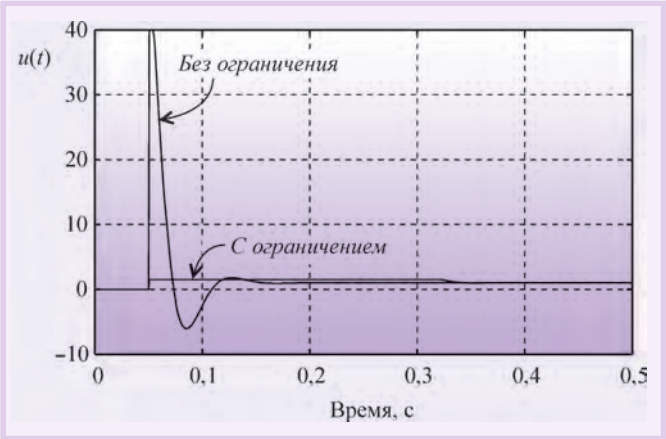


Рис. 5. Сигнал на входе объекта $u(t)$ в контуре с ПИД-регулятором при условии ограничения мощности и без (объект второго порядка, T_1 = 0,1 с, T_2 = 0,05 с, L = 0,02 с; параметры регулятора: K = 10, T_i = 0,014 с, T_d = 0,3 с)

Интегральное насыщение

В установившемся режиме работы и при малых возмущениях большинство систем с ПИД-регуляторами являются линейными. Однако процесс выхода на режим практически всегда требует учёта нелинейности типа «ограничение». Эта нелинейность связана с естественными ограничениями на мощность, скорость, частоту вращения, угол поворота, площадь поперечного сечения клапана, динамический диапазон и т.п. Контур регулирования в системе, находящейся в насыщении (когда переменная достигла ограничения), оказывается разомкнутым, поскольку при изменении переменной на входе звена с ограничением его выходная переменная остаётся без изменений.

Наиболее типовым проявлением режима ограничения является так называемое «интегральное насыщение», которое возникает в процессе выхода системы на режим в регуляторах с ненулевой постоянной интегрирования $T_i \neq 0$. Интегральное насыщение приводит к затягиванию переходного процесса (рис. 2 и 3). Аналогичный эффект возникает вследствие ограничения пропорционального и интегрального члена ПИД-регулятора (рис. 4 и 5). Однако часто под интегральным насыщением понимают совокупность эффектов, связанных с нелинейностью типа «ограничение».

Здесь и далее используются модели объектов управления первого

$$W(s) = \frac{K_p}{(sT+1)} e^{-sL} \qquad (1)$$

и второго порядка

$$W(s) = \frac{K_p}{(sT_1+1)(sT_2+1)} e^{-sL}, \qquad (2)$$

где K_p – коэффициент передачи в установившемся режиме; T, T_1, T_2 — постоянные времени; L – транспортная задержка.

Суть проблемы интегрального насыщения состоит в том, что если сигнал на входе объекта управления $u(t)$ вошёл в зону насыщения (ограничения), а сигнал рассогласования $r(t) - y(t)$ не равен нулю, интегратор продолжает интегрировать, то есть сигнал на его выходе растёт, но этот сигнал не участвует в процессе регулирования и не воздействует на объект вследствие эффекта насыщения. Система управления

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

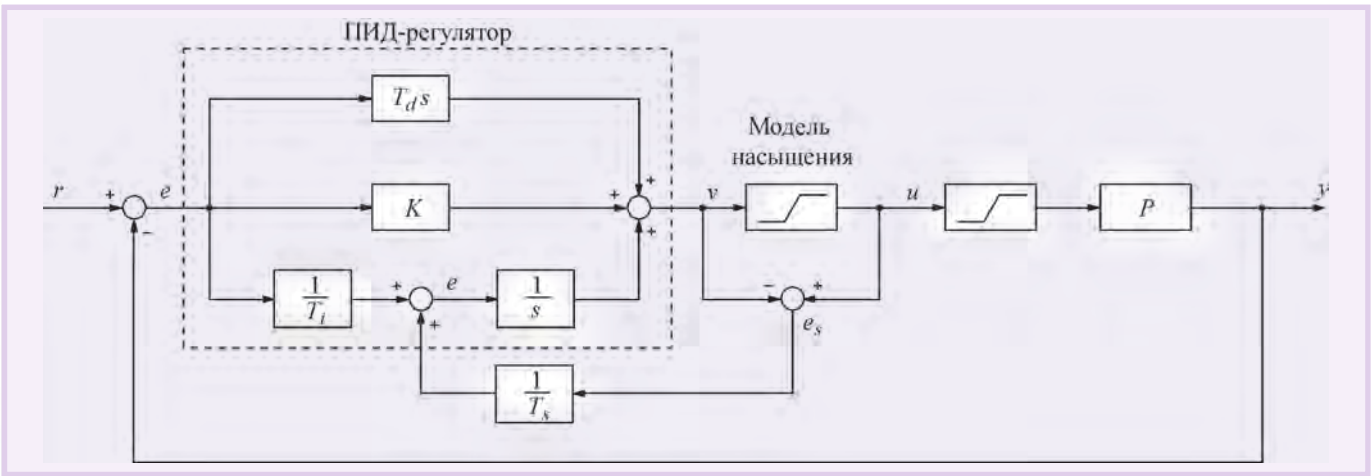
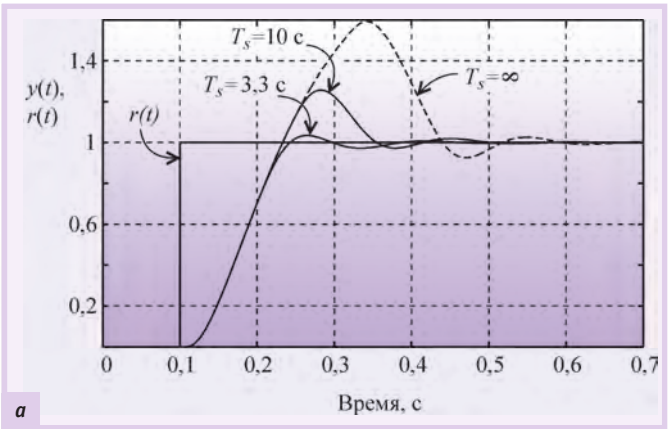


Рис. 6. Компенсация эффекта интегрального насыщения с помощью дополнительной обратной связи для передачи сигнала ошибки e_s на вход интегратора

в этом случае становится эквивалентной разомкнутой системе, сигнал на входе которой равен уровню насыщения управляющего сигнала $u(t)$.

Для тепловых систем ограничением снизу обычно является нулевая мощность нагрева, в то время как ПИД-регулятор требует подачи на объект «отрицательной мощности нагрева», то есть охлаждения объекта.

Эффект интегрального насыщения известен давно. В аналоговых регуляторах его устранение было достаточно сложным, поскольку в них проблема не могла быть решена алгоритмически, а решалась только аппаратными средствами. С



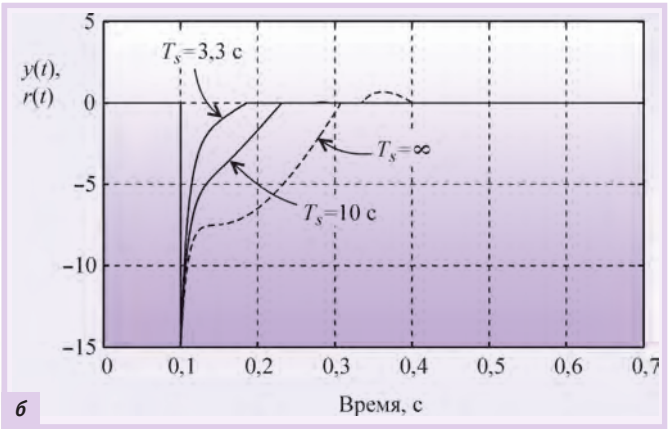


Рис. 7. Отклик системы, показанной на рис. 6:
***а* — на единичный скачок $r(t)$ при различных значениях постоянной времени T_s,**
***б* — на сигнал рассогласования e_s (объект второго порядка, T_1 = 0,1 с, T_2 = 0,05 с, L = 0,01 с; параметры регулятора: K = 7, T_i = 0,01 с, T_d = 0,1 с)**

появлением микропроцессоров проблему удаётся решить гораздо эффективнее. Методы устранения интегрального насыщения обычно являются предметом изобретений, относятся к коммерческой тайне фирм-производителей и защищаются патентами. Далее рассмотрено несколько таких идей, описанных в литературе [2].

Ограничение скорости нарастания входного воздействия

Поскольку максимальное значение входного воздействия на объект управления $u(t)$ снижается с уменьшением разности $r(t) - y(t)$, то для устранения эффекта ограничения можно просто снизить скорость нарастания сигнала уставки $r(t)$, например с помощью фильтра. Недостатком такого способа является снижение быстродействия системы, а также невозможность устранить интегральное насыщение, вызванное внешними возмущениями, а не сигналом уставки.

Алгоритмический запрет интегрирования

Когда управляющее воздействие на объект достигает насыщения, обратная связь разрывается и интегральная составляющая продолжает расти, даже если при отсутствии насыщения она должна была бы падать. Поэтому один из методов устранения интегрального насыщения состоит в том, что контроллер следит за величиной управляющего воздействия на объект, и как только оно достигает насыщения, контроллер вводит программный запрет интегрирования для интегральной составляющей.

Компенсация насыщения с помощью дополнительной обратной связи

Эффект интегрального насыщения можно ослабить, отслеживая состояние исполнительного устройства, входящего в насыщение, и компенсируя сигнал, подаваемый на вход интегратора [2]. Структура системы с таким компенсатором показана на рис. 6.

Принцип её работы состоит в следующем. В системе вырабатывается сигнал рассогласования между входом и выходом исполнительного устройства $e_s = u - v$. Сигнал на выходе исполнительного устройства либо измеряют, либо вычисляют, используя математическую модель (рис. 6). Если $e_s = 0$, это эквивалентно отсутствию компенсатора и получаем обычный ПИД-регулятор. Если же исполнительное устройство входит в насыщение, то $v > u$ и $e_s < 0$. При этом сигнал на вхо-

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

де интегратора уменьшается на величину ошибки e_s, что приводит к замедлению роста сигнала на выходе интегратора, уменьшению сигнала рассогласования и величины выброса на переходной характеристике системы (рис. 7). Постоянная времени T_s определяет степень компенсации сигнала рассогласования.

В некоторых регуляторах вход *u* устройства сравнения e_s выделяют как отдельный вход — «вход слежения», что бывает удобно при построении сложных систем управления и при каскадном соединении нескольких регуляторов.

Условное интегрирование

Этот способ является обобщением алгоритмического запрета интегрирования. После наступления запрета интегральная составляющая остаётся постоянной, на том же уровне, который она имела в момент появления запрета интегрирования. Обобщение состоит в том, что запрет интегрирования наступает не только при достижении насыщения, но и при некоторых других условиях.

Таким условием может быть, например, достижение сигналом ошибки *e* или выходной переменной *y* некоторого заданного значения. При выключении процесса интегрирования нужно следить, в каком состоянии в момент выключения находится интегратор. Если он накапливает ошибку и степень насыщения возрастает, то интегрирование выключают. Если же в момент выключения степень насыщения понижается, то интегратор оставляют включённым [2].

На рис. 8 показан пример переходного процесса в системе с отключением интегратора при достижении выходной величиной $y(t)$ заданного значения ($y = 0$, $y = 0{,}2$, $y = 0{,}8$).

Интегратор с ограничением

В [1] был представлен вариант реализации ПИ-регулятора с помощью интегратора в цепи обратной связи. Если эту схему дополнить ограничителем (рис. 9 а), то сигнал *u* на выходе никогда не выйдет за границы, установленные порогами ограничителя, что уменьшает выброс на переходной характеристике системы (рис. 10). На рис. 9 б представлена модификация такого ограничителя.

Модель эффекта ограничения можно улучшить, если после превышения уровня, при котором наступает ограничение, уменьшить сигнал на выходе модели (рис. 11) [2]. Это ускоряет выход системы из режима насыщения.

Запас устойчивости системы

Возможность потери устойчивости является основным недостатком систем с обратной связью. Поэтому обеспечение необходимого запаса устойчивости является самым важным этапом при разработке и настройке ПИД-регулятора.

Устойчивость системы с ПИД-регулятором – это способность системы возвращаться к слежению за уставкой после прекращения внешних воздействий. В контексте данного определения под внешними воздействиями понимаются не только внешние возмущения, действующие на объект, но любые возмущения, действующие на любую часть замкнутой системы, в том числе шумы измерений, временная нестабильность уставки, шумы дискретизации и квантования, шумы и погрешность вычислений. Все эти возмущения вызывают отклонения системы от положения равновесия. Если после прекращения их воздействия система возвращается в положение равновесия, то она считается устойчивой. При анализе устойчивости ПИД-регуляторов обычно ограничи-

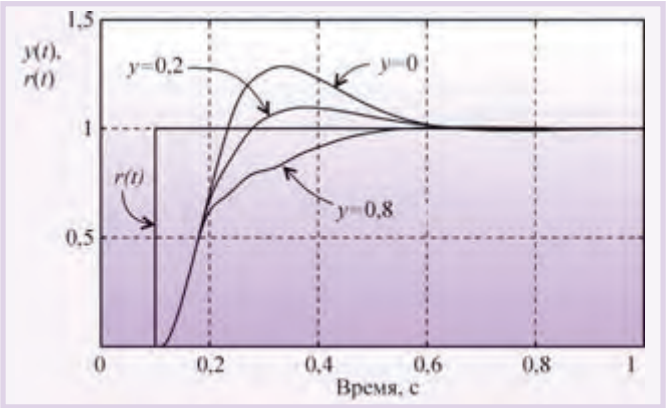


Рис. 8. Отклик на единичный скачок $r(t)$ системы с насыщением исполнительного устройства при различных уровнях отключения интегратора *y* (объект второго порядка, T_1 = 0,1 с, T_2 = 0,05 с, L = 0,01 с; параметры регулятора: K = 6, T_i = 0,02 с, T_d = 0,3 с)

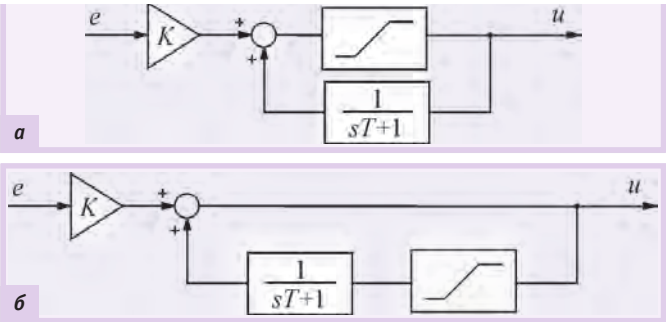


Рис. 9. Две модификации интеграторов с ограничителем

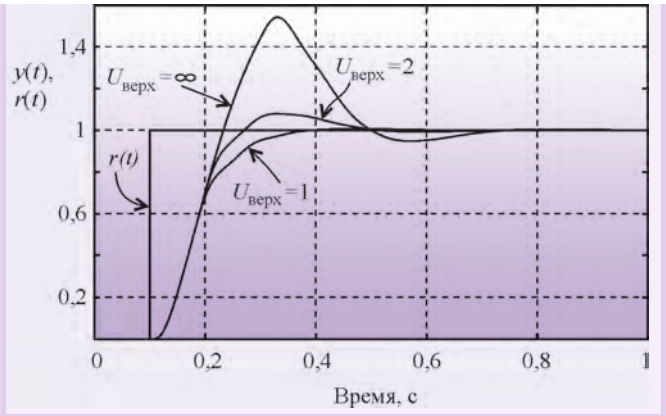


Рис. 10. Отклик на единичный скачок $r(t)$ системы, содержащей интегратор с ограничением сверху $U_{верх}$ (объект второго порядка, T_1 = 0,1 с, T_2 = 0,05 с, L = 0,01 с; параметры регулятора: K = 7, T_i = 0,01 с, T_d = 0,3 с)

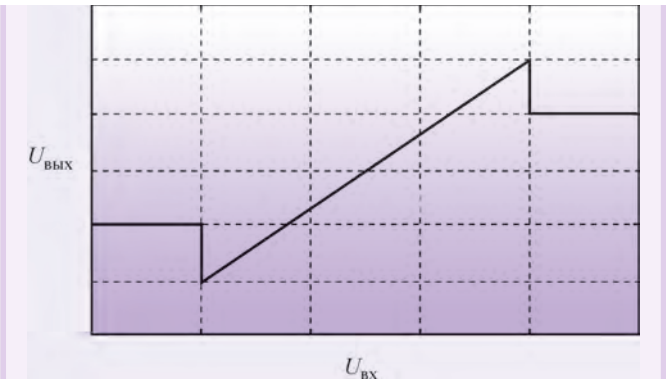


Рис. 11. Улучшенная передаточная функция модели эффекта ограничения

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

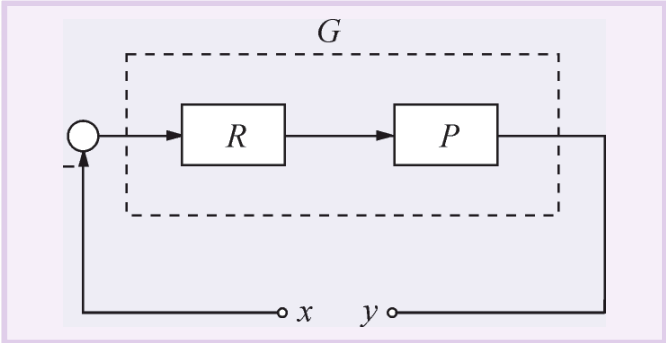


Рис. 12. Структура разомкнутой системы управления с ПИД-регулятором для анализа устойчивости

ваются исследованием реакции системы на ступенчатое изменение уставки $r(t)$, шум измерений $n(t)$ и внешние возмущения $d(t)$. Потеря устойчивости проявляется как неограниченное возрастание управляемой переменной объекта или как её колебание с нарастающей амплитудой.

В производственных условиях попытки добиться устойчивости системы с ПИД-регулятором опытным путём, без её идентификации, не всегда приводят к успеху (в первую очередь это касается систем с объектом высокого порядка или с объектами, которые трудно идентифицировать, а также систем с большой транспортной задержкой). Создаётся впечатление, что устойчивость – мистическое свойство, которым не всегда можно управлять. Однако если процесс идентифицирован достаточно точно, то мистика исчезает и анализ устойчивости сводится к анализу дифференциального уравнения, описывающего замкнутый контур с обратной связью.

Практически интерес представляет анализ *запаса устойчивости*, то есть определение численных значений критериев, которые позволяют указать, как далеко находится система от состояния неустойчивости.

Наиболее полную информацию о запасе устойчивости системы можно получить, решив дифференциальное уравнение, описывающее замкнутую систему при внешних возмущениях. Однако этот процесс слишком трудоёмок, поэтому для линейных систем используют упрощённые методы, позволяющие дать оценку запаса устойчивости без решения уравнений [5]. Мы рассмотрим два метода оценки: с помощью годографа комплексной частотной характеристики разомкнутого контура (критерий Найквиста) и с помощью логарифмических АЧХ и ФЧХ (диаграмм Боде).

Устойчивая система может стать неустойчивой при небольших изменениях её параметров, например, вследствие их технологического разброса. Поэтому далее мы проанализируем функцию чувствительности системы с ПИД-регулятором, позволяющую выявить условия, при которых система становится *грубой* (малочувствительной к изменению её параметров).

Систему, которая сохраняет заданный запас устойчивости во всём диапазоне изменений параметров вследствие их технологического разброса, старения, условий эксплуатации, во всём диапазоне изменений параметров нагрузки, а также во всём диапазоне действующих на систему возмущений в реальных условиях эксплуатации, называют *робастной*. Иногда *робастность* и *грубость* используют как эквивалентные понятия.

Критерий Найквиста

Рассмотрим систему, состоящую из контроллера R и объекта управления P (рис. 12), которая получена путём исключения цепи сигнала уставки из классической системы с ПИД-регулятором [1]. Будем считать, что обратная связь разомкнута, а для её замыкания достаточно соединить точки x и y. Предположим теперь, что на вход x подан сигнал

$$x(t) = \sin(\omega_0 t). \tag{3}$$

Тогда, пройдя через регулятор и объект управления, этот сигнал появится на выходе y с изменённой амплитудой и фазой в виде:

$$y(t) = -|G(j\omega_0)|\sin(\omega_0 t + \varphi), \tag{4}$$

где $G(j\omega) = R(j\omega)P(j\omega)$ – комплексная частотная характеристика (КЧХ) системы, $\varphi = \arg(G(j\omega_0))$ – аргумент КЧХ, $|G(j\omega_0)|$ – модуль КЧХ на частоте ω_0. Таким образом, при прохождении через регулятор и объект амплитуда сигнала изменится пропорционально модулю, а фаза – на величину аргумента КЧХ.

Если теперь замкнуть точки x и y, то сигнал будет циркулировать по замкнутому контуру, причём будет выполняться условие $y(t) = x(t)$. Если при этом $|G(j\omega_0)| \geq 1$ и $\varphi = 180°$, то есть после прохождения по контуру сигнал попадает на вход регулятора в той же фазе, что и на предыдущем цикле, то после каждого прохождения по контуру амплитуда синусоидального сигнала будет возрастать, пока не достигнет границы диапазона линейности системы, после чего форма колебаний станет отличаться от синусоидальной. В этом случае для анализа устойчивости можно использовать метод гармонической линеаризации, когда рассматривают только первую гармонику искажённого сигнала. В установившемся режиме после наступления ограничения амплитуды колебаний в силу равенства $y(t) = x(t)$ будет выполняться условие:

$$|G(j\omega_0)| = 1, \varphi = 180^\circ, \text{ то есть } G(j\omega_0) = -1. \tag{5}$$

Решив уравнение $G(j\omega_0) = -1$, можно найти частоту колебаний ω_0 в замкнутой системе.

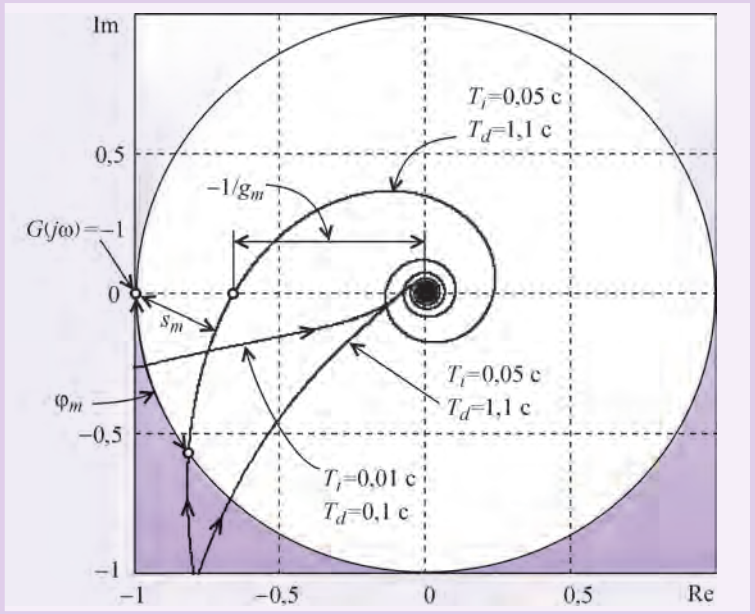


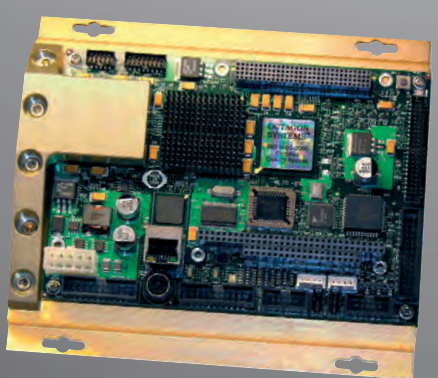
Рис. 13. Три годографа КЧХ разомкнутой системы $G(j\omega)$ для объекта второго порядка при $T_1 = T_2 = 0{,}1$ с, $L = 0{,}01$ с и пропорциональном коэффициенте регулятора $K = 6$

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

OCTAGON SYSTEMS

ЗНАК СИЛЫ. OCTAGON

ВЫСОКОНАДЁЖНЫЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРИМЕНЕНИЙ



- Процессор с частотой до 1 ГГц
- Полностью кондуктивное охлаждение
- Ударовибростойкая конструкция
- Монтаж на любой поверхности
- Диапазон рабочих температур –40...+85°C
- Поддержка Windows Embedded и Linux

Влагозащитное покрытие всех типов плат!

Реклама

#5

Официальный дистрибьютор компании Octagon Systems в России, странах СНГ и Балтии – компания ПРОСОФТ

ProSoft®

МОСКВА Тел.: (495) 234-0636 • Факс: (495) 234-0640 • E-mail: info@prosoft.ru • Web: www.prosoft.ru
С.-ПЕТЕРБУРГ Тел.: (812) 448-0444 • Факс: (812) 448-0339 • E-mail: info@spb.prosoft.ru • Web: www.prosoft.ru
ЕКАТЕРИНБУРГ Тел.: (343) 376-2820 • Факс: (343) 376-2830 • E-mail: info@prosoftsystems.ru • Web: www.prosoftsystems.ru
САМАРА Тел.: (846) 277-9166 • Факс: (846) 277-9165 • E-mail: info@samara.prosoft.ru • Web: www.prosoft.ru
НОВОСИБИРСК Тел.: (383) 202-0960; 335-7001/7002 • E-mail: info@nsk.prosoft.ru • Web: www.prosoft.ru
КИЕВ Тел.: (+380-44) 206-2343/2478/2496 • Факс: (+380-44) 206-2343 • info@prosoft-ua.com • www.prosoft.ru

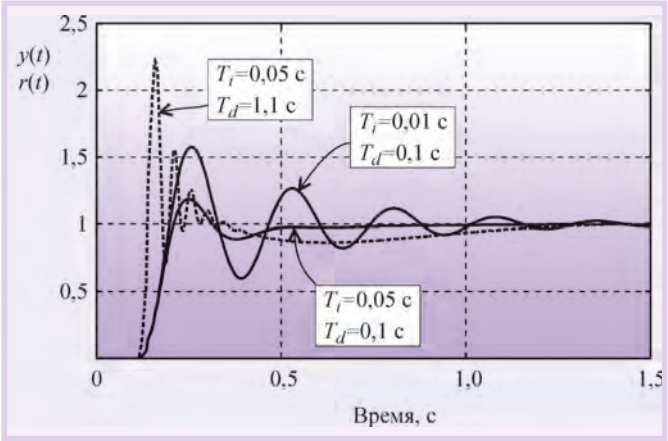


Рис. 14. Переходная характеристика замкнутой системы, которая имеет годографы, показанные на рис. 13

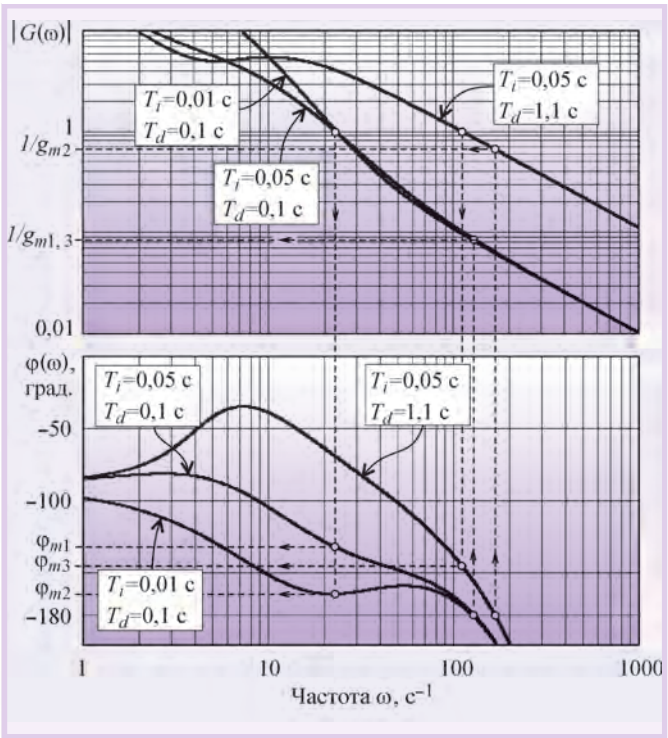


Рис. 15. Оценка запаса по усилению и фазе для системы с годографом, показанным на рис. 13

Комплексную частотную характеристику $G(j\omega)$ графически изображают в виде годографа (диаграммы Найквиста) – графика в координатах $\mathrm{Re}[G(j\omega)]$ и $\mathrm{Im}[G(j\omega)]$ (рис. 13). Стрелка на линии годографа указывает направление движения «карандаша» при возрастании частоты. Точка $G(j\omega_0) = -1$, которая соответствует условию существования незатухающих колебаний в системе, на этом графике имеет координаты $\mathrm{Re}[G(j\omega)] = -1$ и $\mathrm{Im}[G(j\omega)] = 0$. Поэтому критерий устойчивости Найквиста формулируется следующим образом [6]: контур, устойчивый в разомкнутом состоянии, сохранит устойчивость и после его замыкания, если его КЧХ в разомкнутом состоянии не охватывает точку с координатами $[-1, j_0]$. Более строго, при движении вдоль траектории годографа в направлении увеличения частоты точка $[-1, j_0]$ должна оставаться слева [2], чтобы замкнутый контур был устойчив.

На рис. 14 показаны реакции замкнутой системы с тремя различными годографами (рис. 13) на единичный скачок уставки. Во всех трёх случаях система устойчива, однако скорость затухания колебаний и форма переходного процесса у них различная. Интуитивно понятно, что система с параметрами $T_i = 0{,}01$ с, $T_d = 0{,}1$ с наиболее близка к тому, чтобы перейти в состояние незатухающих колебаний при небольшом изменении её параметров. Поэтому при проектировании ПИД-регулятора важно обеспечить не столько устойчивость, сколько её запас, необходимый для нормального функционирования системы в реальных условиях.

Запас устойчивости оценивают как степень удалённости КЧХ от критической точки $[-1, j0]$. Если $|G(j\omega_0)| < 1$, то можно найти, во сколько раз осталось увеличить передаточную функцию, чтобы результирующее усиление вывело систему в колебательный режим: $g_m|G(j\omega_0)| = 1$, откуда

$$g_m = \frac{1}{|G(j\omega_0)|}. \qquad (6)$$

Запасом по усилению g_m называется величина, на которую нужно умножить передаточную функцию разомкнутой системы $G(j\omega_{180})$, чтобы её модуль на частоте сдвига фаз 180° (ω_{180}) стал равен 1.

Если на частоте ω_{180} коэффициент усиления разомкнутого контура равен $G(j\omega_{180}) = -1/g_m$ (рис. 13), то дополнительное усиление величиной g_m переведёт систему в точку $[-1, j0]$, поскольку $(-1/g_m)\, g_m = -1$.

Аналогично вводится понятие *запаса по фазе*: это минимальная величина φ_m, на которую нужно увеличить фазовый сдвиг в разомкнутой системе $\arg(G(j\omega))$, чтобы суммарный фазовый сдвиг достиг 180°, то есть

$$\varphi_m = 180^\circ + \arg(G(j\omega_1)). \qquad (7)$$

Знак «+» перед $\arg(G(j\omega_1))$ стоит потому, что $\arg(G(j\omega_1)) < 0$.

Для оценки запаса устойчивости используют также минимальное расстояние s_m от кривой годографа до точки $[-1, j0]$ (рис. 13).

На практике считаются приемлемыми значения $g_m = 2...5$, $\varphi_m = 30...60°$, $s_m = 0{,}5...0{,}8$ [2].

Для графика на рис. 13 эти критерии имеют следующие значения:

- $g_{m1} = 12{,}1$; $\varphi_{m1} = 15°$; $s_{m1} = 0{,}303$ (для случая $T_i = 0{,}01$ с, $T_d = 0{,}1$ с);
- $g_{m2} = 11{,}8$; $\varphi_{m2} = 47{,}6°$; $s_{m2} = 0{,}663$ (для случая $T_i = 0{,}05$ с, $T_d = 0{,}1$ с);
- $g_{m3} = 1{,}5$; $\varphi_{m3} = 35{,}2°$; $s_{m3} = 0{,}251$ (для случая $T_i = 0{,}05$ с, $T_d = 1{,}1$ с).

Если кривая годографа пересекает действительную ось в нескольких точках, то для оценки запаса устойчивости берут ту из них, которая наиболее близка к точке $[-1, j0]$. При более сложном годографе может быть использована оценка запаса устойчивости как запас по задержке [2]. *Запас по задержке* – это минимальная задержка, при добавлении которой в контур он теряет устойчивость. Наиболее часто этот критерий используется для оценки запаса устойчивости систем с предиктором Смита.

Частотный критерий устойчивости

Для графического представления передаточной функции разомкнутой системы и оценки запаса устойчивости могут быть использованы логарифмические АЧХ и ФЧХ (рис. 15). Для оценки запаса по фазе сначала с помощью АЧХ находят частоту ω_1 (*частота среза*, или *частота единичного усиления*), при которой $G(j\omega_1) = 1$, затем по ФЧХ находят соответствую-

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

щий запас по фазе. Для оценки запаса по усилению сначала с помощью ФЧХ находят частоту ω_{180}, на которой фазовый сдвиг равен 180°, затем по АЧХ находят запас по усилению. На рис. 15 приведены примеры графических построений для оценки запаса по усилению и фазе для системы, годографы которой показаны на рис. 13.

Если запас по фазе разомкнутого контура равен 0° или запас по усилению равен 1, после замыкания контура обратной связи система окажется неустойчивой.

Функции чувствительности

Передаточная функция реального объекта $P(s)$ может изменяться в процессе функционирования на величину $\Delta P(s)$, например, вследствие изменения нагрузки на валу двигателя, числа яиц в инкубаторе, уровня или состава жидкости в автоклаве, вследствие старения и износа материала, появления люфта, изменения смазки и т.п. Правильно спроектированная система автоматического регулирования должна сохранять свои показатели качества не только в идеальных условиях, но и при наличии перечисленных вредных факторов. Для оценки влияния относительного изменения передаточной функции объекта $\Delta P/P$ на передаточную функцию замкнутой системы G_{cl} [1]

$$y(s)=\frac{P(s)R(s)}{1+P(s)R(s)}r(s),\ G_{cl}(s)=\frac{P(s)R(s)}{1+P(s)R(s)} \qquad (8)$$

найдём дифференциал dG_{cl}:

$$dG_{cl}=\frac{d}{dP}\left(\frac{PR}{1+PR}\right)dP=\frac{R}{(1+PR)^2}dP=\frac{RP}{(1+PR)^2}\frac{dP}{P}. \qquad (9)$$

Поделив обе части этого равенства на G_{cl} и подставив в правую часть $G_{cl}=PR/(1+PR)$, получим:

$$\frac{dG_{cl}}{G_{cl}}=\frac{1}{(1+PR)}\frac{dP}{P}=S\frac{dP}{P}. \qquad (10)$$

Из (10) виден смысл коэффициента S – он характеризует степень влияния относительного изменения передаточной функции объекта на относительное изменение передаточной функции замкнутого контура, то есть S является коэффициентом чувствительности замкнутого контура к вариации передаточной функции объекта. Поскольку коэффициент $S = S(j\omega)$ является частотно-зависимым, его называют *функцией* чувствительности [2].

Как следует из (10),

$$S=\frac{1}{(1+PR)}. \qquad (11)$$

Введём обозначение:

$$T=1-S=\frac{PR}{1+PR}. \qquad (12)$$

Величина T называется комплементарной (дополнительной) функцией чувствительности [2], поскольку $S+T=1$.

Функция чувствительности позволяет оценить изменение свойств системы после замыкания обратной связи. Поскольку передаточная функция разомкнутой системы равна $G = PR$, а замкнутой $G_{cl}=PR/(1+PR)$, то их отношение $G_{cl}/G=S$. Аналогично для разомкнутой системы передаточная функция от входа возмущений d на выход замкнутой системы равна (см. [1]) $P(s)/(1+P(s)R(s))$, а разомкнутой – $P(s)$, следова-

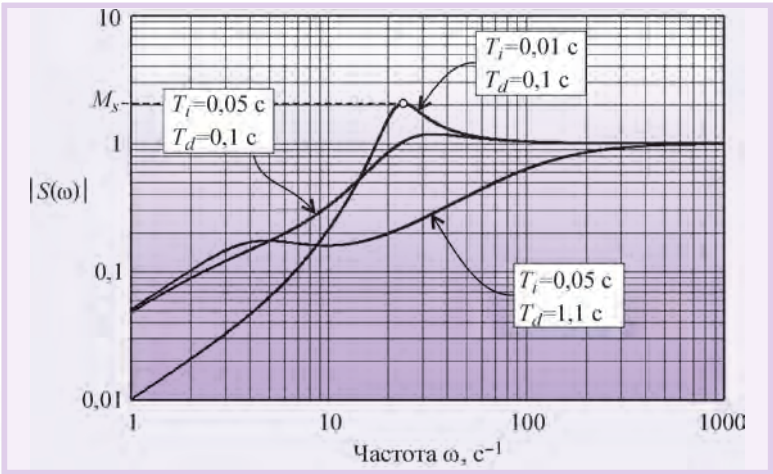


Рис. 16. Функции чувствительности для системы с годографами, показанными на рис. 13

тельно, их отношение также равно S. Для передаточной функции от входа шума измерений n на выход системы можно получить то же отношение S.

Таким образом, зная вид функции $S(j\omega)$ (например, рис. 16), можно сказать, как изменится подавление внешних воздействий на систему для разных частот после замыкания цепи обратной связи. Очевидно, шумы, лежащие в диапазоне частот, в котором $|S(j\omega)| > 1$, после замыкания обратной связи будут усиливаться, а шумы с частотами, на которых $|S(j\omega)| < 1$, после замыкания обратной связи будут ослаблены.

Наихудший случай (наибольшее усиление внешних воздействий) будет наблюдаться на частоте максимума M_s модуля функции чувствительности (рис. 16):

$$M_s = \max_{\omega}\left(\left|S(j\omega)\right|\right) = \max_{\omega}\left(\left|\frac{1}{1+G(j\omega)}\right|\right). \qquad (13)$$

Максимум функции чувствительности можно связать с запасом устойчивости s_m (рис. 13). Для этого обратим внимание на то, что $|1 + G(j\omega)|$ представляет собой расстояние от точки $[-1, j0]$ до текущей точки на годографе функции $G(j\omega)$. Следовательно, минимальное расстояние от точки $[-1, j0]$ до функции $G(j\omega)$ равно:

$$s_m = \min_{\omega}\left(\left|1+G(j\omega)\right|\right). \qquad (14)$$

Сопоставляя (13) и (14), можно заключить, что $s_m = 1/M_s$.

Если с ростом частоты модуль $G(j\omega)$ уменьшается, то, как видно из рис. 13, $(1 - s_m) \geq 1/g_m$. Подставляя сюда соотношение $s_m = 1/M_s$, получим оценку запаса по усилению, выраженную через максимум функции чувствительности:

$$g_m \geq \frac{M_s}{M_s - 1}. \qquad (15)$$

Аналогично, но с более грубыми допущениями можно записать оценку запаса по фазе через максимум функции чувствительности [2]:

$$\varphi_m \geq 2\arcsin\left(\frac{1}{2M_s}\right). \qquad (16)$$

Например, при $M_s = 2$ получим $g_m \geq 2$ и $\varphi_m \geq 29°$.

Робастность

Робастность – это способность системы сохранять заданный запас устойчивости при вариациях её параметров, вызванных изменением нагрузки (например, при изменении загрузки печи меняются её постоянные времени), технологическим разбросом параметров и их старением, внешними воздействиями, погрешностями вычислений и погрешностью модели объекта. Используя понятие чувствительности, можно сказать, что робастность – это низкая чувствительность запаса устойчивости к вариации параметров объекта.

Если параметры объекта изменяются в небольших пределах, когда можно использовать замену дифференциала конечным приращением, влияние изменений параметров объекта на передаточную функцию замкнутой системы можно оценить с помощью функции чувствительности (10). В частности, можно сделать вывод, что на тех частотах, где модуль функции чувствительности мал, будет мало и влияние изменений параметров объекта на передаточную функцию замкнутой системы и, соответственно, на запас устойчивости.

Для оценки влияния больших изменений параметров объекта представим передаточную функцию объекта в виде двух слагаемых:

$$P = P_0 + \Delta P, \qquad (17)$$

где P_0 – расчётная передаточная функция, ΔP – величина отклонения от P_0, которая должна быть устойчивой передаточной функцией. Тогда петлевое усиление разомкнутой системы можно представить в виде $G = RP_0 + R\Delta P = G_0 + R\Delta P$. Поскольку расстояние от точки $[-1, j0]$ до текущей точки A на годографе невозмущённой системы (для которой $\Delta P = 0$) равно $|1 + G_0|$ (рис. 17), условие устойчивости системы с отклонением петлевого усиления $R\Delta P$ можно представить в виде:

$$\left|R\Delta P\right| < \left|1+G_0\right|,$$

откуда

$$\left|\Delta P\right| < \left|\frac{1+G_0}{R}\right|, \text{ или } \left|\frac{\Delta P}{P_0}\right| < \left|\frac{1+G_0}{RP_0}\right| = \left|\frac{1+G_0}{G_0}\right| = \frac{1}{|T|},$$

где T – дополнительная функция чувствительности (12). Окончательно можно записать соотношение:

$$\left|\frac{\Delta P(j\omega)}{P_0(j\omega)}\right| < \frac{1}{|T(j\omega)|}, \qquad (18)$$

которое должно выполняться, чтобы система сохраняла устойчивость при изменении параметров процесса на величину $\Delta P(j\omega)$.

Сокращение нулей и полюсов

Поскольку передаточная функция разомкнутой системы $G = RP$ является произведением двух передаточных функций, которые в общем случае имеют и числитель, и знаменатель, то возможно сокращение полюсов, которые лежат в правой полуплоскости или близки к ней. Поскольку в реальных условиях, когда существует разброс параметров, такое сокращение выполняется неточно, то может возникнуть ситуация, когда теоретический анализ приводит к выводу, что система устойчива, хотя на самом деле при небольшом отклонении параметров процесса от расчётных значений она становится неустойчивой.

Поэтому каждый раз, когда происходит сокращение полюсов, необходимо проверять устойчивость системы при реальном разбросе параметров объекта.

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

Вторым эффектом сокращения полюсов является появление существенного различия между временем установления переходного процесса в замкнутой системе при воздействии сигнала уставки и внешних возмущений. Поэтому необходимо проверять реакцию синтезированного регулятора при воздействии не только сигнала уставки, но и внешних возмущений.

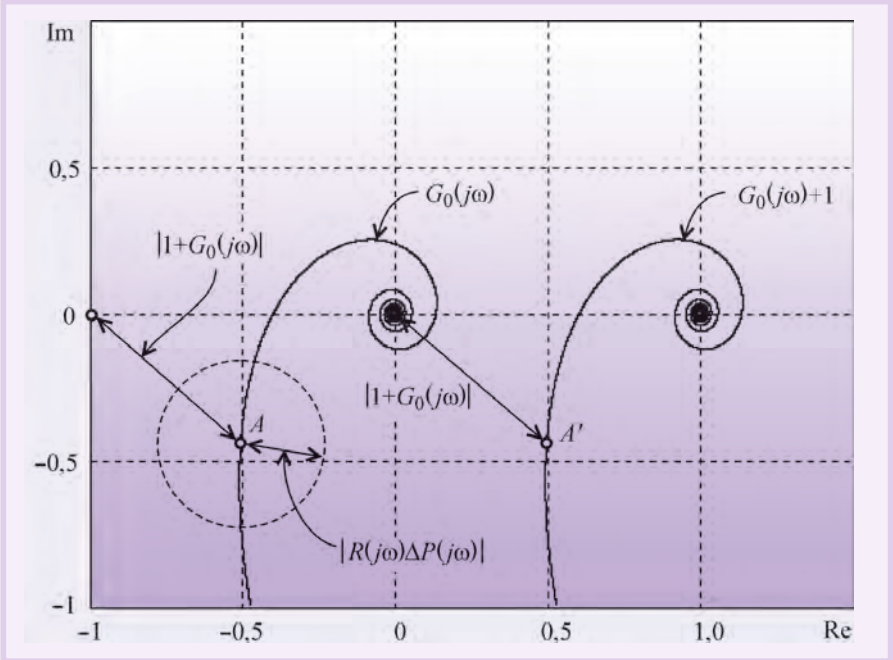


Рис. 17. Пояснение к выводу соотношения (18)

Безударное переключение режимов регулирования

В ПИД-регуляторах могут существовать режимы, когда их параметры изменяются скачком. Например, когда в работающей системе требуется изменить постоянную интегрирования или когда после ручного управления системой необходимо перейти на автоматический режим. В описанных случаях могут появиться нежелательные выбросы регулируемой величины, если не принять специальных мер. Поэтому возникает задача плавного («безударного») переключения режимов работы или параметров регулятора.

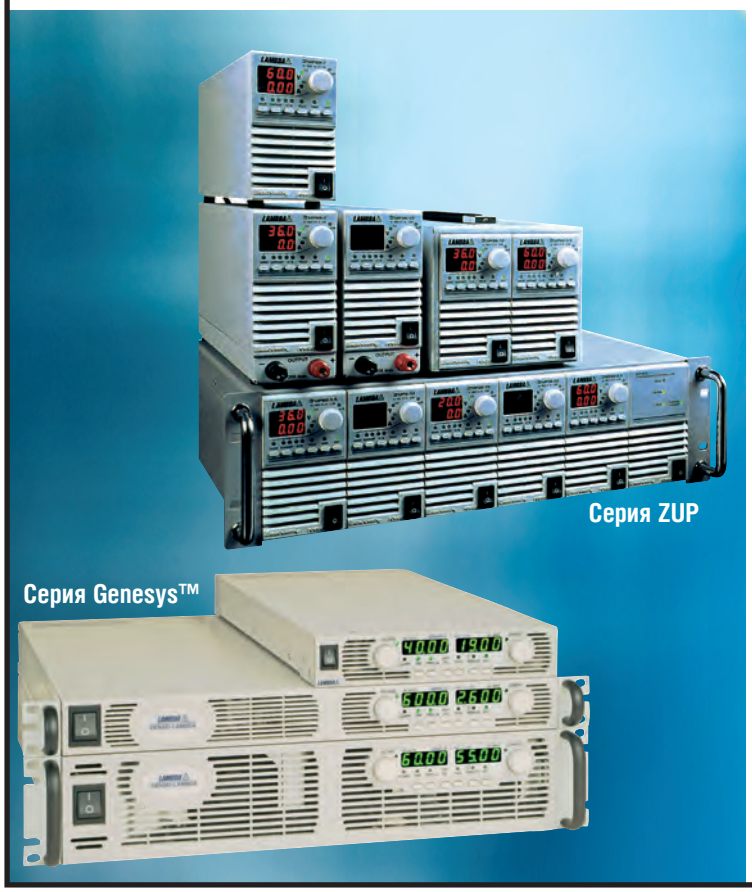
Основной метод решения проблемы заключается в построении такой структуры регулятора, когда изменение параметра выполнятся до этапа интегрирования. Например, при изменяющемся параметре $T_i = T_i(t)$ интегральный член можно записать в двух формах:

$$I(t) = \frac{1}{T_i(t)}\int e(t)dt \quad \text{или} \quad I(t) = \int \frac{1}{T_i(t)} e(t)dt.$$

В первом случае при скачкообразном изменении $T_i(t)$ интегральный член будет меняться скачком, во втором случае — плавно, поскольку $T_i(t)$ находится под знаком интеграла, значение которого не может изменяться скачком.

LAMBDA

Программируемые источники питания — МОЩЬ и ИНТЕЛЛЕКТ



Серия ZUP (Zero-Up)
- Выходная мощность 200/400/800 Вт
- Встроенный интерфейс RS-232/485 (GPIB по заказу)
- Универсальный вход 85-265 В переменного тока
- Выходные напряжения до 120 В, ток нагрузки до 132 А
- Программная калибровка

Серия Genesys™
- Выходная мощность 750/1500/3300/10 000/15 000 Вт
- Встроенный интерфейс RS-232/485 (GPIB IEEE488/488.2 SCPI по заказу)
- Выходные напряжения до 600 В, ток нагрузки до 1000 А
- Конфигурирование посредством внешнего напряжения/тока и ПО
- Драйверы LabView и LabWindows
- Высота 1U, 2U и 3U

Применения ZUP и Genesys™
- Автоматическое испытательное оборудование
- Управление технологическими процессами
- Электротермотренировка полупроводниковых изделий
- Лазеры

ProSoft®

Тел.: (495) 234-0636 • Факс: (495) 234-0640
E-mail: info@prosoft.ru • Web: www.prosoft.ru

Реклама

#220

Аналогичный метод реализуется в инкрементной форме ПИД-регулятора (см. подраздел «Инкрементная форма цифрового ПИД-регулятора») и в последовательной форме ПИД-регулятора [1], где интегрирование выполняется на заключительной стадии вычисления управляющего воздействия.

Дискретная форма регулятора

Непрерывные переменные удобно использовать для анализа и синтеза ПИД-регуляторов. Для технического воплощения необходимо перейти к дискретной форме уравнений, поскольку основой всех регуляторов является микроконтроллер, контроллер или компьютер, который оперирует с переменными, полученными из аналоговых сигналов после их квантования по времени и дискретизации по уровню.

Вследствие конечного времени вычисления управляющего воздействия в микроконтроллере и задержки аналого-цифрового преобразования между моментом поступления аналогового сигнала на вход регулятора и появлением управляющего воздействия на его выходе появляется нежелательная задержка, которая увеличивает общую задержку в контуре регулирования и снижает запас устойчивости.

Основным эффектом, который появляется при дискретизации и который часто «открывают заново», является появление алиасных частот в спектре квантованного сигнала в случае, когда частота квантования недостаточно высока. Аналогичный эффект возникает при киносъёмке вращающегося колеса автомобиля. Частота алиасного сигнала равна разности между частотой помехи и частотой квантования. При этом высокочастотный сигнал помехи смещается в низкочастотную область, где накладывается на полезный сигнал и создаёт большие проблемы, поскольку отфильтровать его на этой стадии невозможно.

Для устранения алиасного эффекта перед входом аналого-цифрового преобразователя необходимо установить аналоговый фильтр, который бы ослаблял помеху, по крайней мере, на порядок на частоте, равной половине частоты квантования. Обычно используют фильтр Баттерворта второго или более высокого порядка. Вторым вариантом решения проблемы является увеличение частоты квантования так, чтобы она, по крайней мере, в 2 раза (согласно теореме Котельникова) была выше максимальной частоты спектра помехи. Это позволяет применить после квантования цифровой фильтр нижних частот. При такой частоте дискретизации полученный цифровой сигнал с точки зрения количества информации полностью эквивалентен аналоговому, и все свойства аналогового регулятора можно распространить на цифровой.

Переход к конечно-разностным уравнениям

Переход к дискретным переменным в уравнениях аналогового регулятора выполняется путём замены производных и интегралов их дискретными аналогами. Если уравнение записано в операторной форме, то сначала выполняют переход из области изображений в область оригиналов. При этом оператор дифференцирования заменяют производной, оператор интегрирования – интегралом.

Существует множество способов аппроксимации производных и интегралов их дискретными аналогами, которые изложены в курсах численных методов решения дифференциальных уравнений. В ПИД-регуляторах наиболее распространёнными являются простейшие виды аппроксимации производной конечной разностью и интеграла – конечной суммой. Рассмотрим интегральный член ПИД-регулятора: $I(t)=\frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)dt$. Продифференцировав обе части по времени, получим $\frac{dI(t)}{dt}=\frac{1}{T_i}e(t)$. Заменяя дифференциалы в этом выражении конечными разностями (левыми разностями), получим $\frac{I_{i+1}-I_i}{\Delta t}=\frac{1}{T_i}e_i$, где индекс i обозначает, что данная величина взята в момент времени t_i (обратим внимание, что здесь и далее индекс i в T_i обозначает не номер временного шага, а интегральный коэффициент ПИД-регулятора). Из последнего выражения получим:

$$I_{i+1}=I_i+\frac{\Delta t}{T_i}e_i. \qquad (19)$$

Таким образом, очередное значение интеграла можно вычислить, зная предыдущее и значение ошибки в предыдущий момент времени. Однако такая формула имеет свойство накапливать ошибку вычислений с течением времени, если отношение $\Delta t/T_i$ недостаточно мало. Более устойчива другая формула интегрирования – с правыми разностями, когда значение ошибки берётся в тот же момент времени, что и вычисляемый интеграл:

$$I_{i+1}=I_i+\frac{\Delta t}{T_i}e_{i+1}. \qquad (20)$$

Рассмотрим дифференциальный член ПИД-регулятора с фильтром: $u_D(s)=(sT_d)\left(\frac{1}{sT_d/N+1}\right)e(s)$ (см. раздел «Погрешность дифференцирования и шум»). Переходя в этой формуле от изображений к оригиналам, получим: $\frac{T_d}{N}\frac{du_D(t)}{dt}+u_D(t)=T_d\frac{de(t)}{dt}$. Заменяя дифференциалы конечными приращениями, получим разностное уравнение:

$$u_{Di+1}=\left(1-\frac{N\Delta t}{T_d}\right)u_{Di}+N\left(e_{i+1}-e_i\right). \qquad (21)$$

Отметим, что для сходимости итерационного процесса (21) необходимо, чтобы $\left|1-\frac{N\Delta t}{T_d}\right|<1$, то есть

$$\Delta t<2T_d/N. \qquad (22)$$

При $\Delta t > T_d/N$ итерационный процесс (21) становится колебательным, что недопустимо для ПИД-регулятора.

Лучшими характеристиками обладает разностное уравнение, полученное при использовании правых разностей:

$$u_{Di+1}=\left(\frac{T_d}{T_d+N\Delta t}\right)u_{Di}+\frac{NT_d}{T_d+N\Delta t}\left(e_{i+1}-e_i\right). \qquad (23)$$

Здесь условие сходимости выполняется для всех Δt, и ни при каких значениях параметров не возникает колебаний. Кроме того, последняя формула позволяет «отключить» дифференциальную составляющую в ПИД-регуляторе путём назначения $T_d=0$, чего нельзя сделать в выражении (21), поскольку при этом возникает деление на ноль.

Можно использовать ещё более точные формулы численного дифференцирования и интегрирования, известные из курса численных методов решения уравнений.

Величина такта квантования Δt выбирается как можно меньше, это улучшает качество регулирования. Для обеспе-

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru

чения хорошего качества регулирования он не должен быть больше чем 1/15...1/6 от времени установления переходной характеристики объекта по уровню 0,95 или 1/4...1/6 от величины транспортной задержки [7]. Однако при увеличении частоты квантования более чем в 2 раза по сравнению с верхней частотой спектра возмущающих сигналов (по теореме Котельникова) дальнейшего улучшения качества регулирования не происходит.

Если на входе регулятора нет антиалиасного фильтра, то частоту квантования выбирают в 2 раза выше верхней граничной частоты спектра помехи, чтобы использовать цифровую фильтрацию. Необходимо учитывать также, что исполнительное устройство должно успеть отработать за время Δt.

Если контроллер используется не только для регулирования, но и для аварийной сигнализации, то такт квантования не может быть меньше, чем допустимая задержка срабатывания сигнала аварии.

При малом такте квантования увеличивается погрешность вычисления производной. Для её снижения можно использовать сглаживание получаемых данных по нескольким собранным точкам перед этапом дифференцирования.

Уравнение цифрового ПИД-регулятора

Основываясь на изложенном ранее, уравнение дискретного ПИД-регулятора можно записать в виде:

$$u_{i+1} = Ke_i + I_i + \frac{\Delta t}{T_i} e_{i+1} + \left(\frac{T_d}{T_d + N\Delta t} \right) u_{D\,i} + \\ + \frac{NT_d}{T_d + N\Delta t} \left(e_{i+1} - e_i \right), \qquad (24)$$

где i – номер временного такта. Для начала работы алгоритма выбирают обычно $u_{D0} = 0$, $I_0 = 0$, $e_0 = 0$, однако могут быть и другие начальные условия, в зависимости от смысла конкретной задачи регулирования.

Отметим, что алгоритм, полученный путём простой замены операторов дифференцирования и интегрирования в классическом уравнении ПИД-регулятора

$$u(t) = Ke(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t)dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \qquad (25)$$

конечными разностями и конечными суммами

$$u_{i+1} = Ke_i + \frac{1}{T_i} \sum_{k=0}^{i} e_k + T_d \frac{e_{i+1} - e_i}{\Delta t}, \qquad (26)$$

обладает плохой устойчивостью и низкой точностью, как это было показано ранее. Однако с ростом частоты дискретизации различие между приведёнными двумя алгоритмами стирается.

Инкрементная форма цифрового ПИД-регулятора

Довольно часто, особенно в нейросетевых и фаззи-регуляторах, используют уравнение ПИД-регулятора в виде зависимости приращения управляющей величины от ошибки регулирования и её производных (без интегрального члена). Такое представление удобно, когда роль интегратора выполняет внешнее устройство, например обычный или шаговый двигатель. Угол поворота его оси пропорционален значению управляющего сигнала и времени. В фаззи-регуляторах при формулировке нечётких правил эксперт может сформулировать зависимость управляющей величины от величины производной, а от величины интеграла – не может, поскольку интеграл «запоминает» всю предысторию изменения ошибки, которую человек помнить не может.

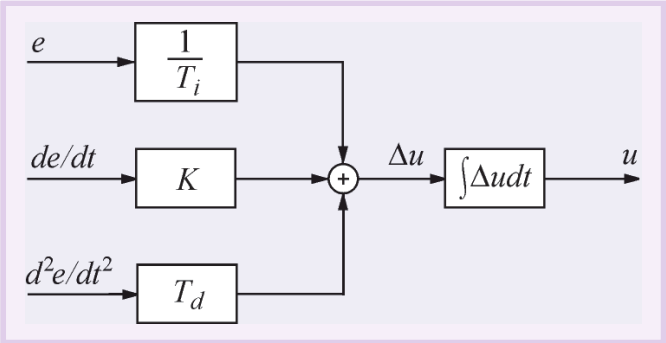


Рис. 18. Инкрементная форма ПИД-регулятора

Инкрементная форма ПИД-регулятора получается путём дифференцирования уравнения (25):

$$\Delta u(t) = K \frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{T_i} e(t) + T_d \frac{d^2 e(t)}{dt^2}.$$

Для получения нулевой ошибки регулирования на выходе инкрементного регулятора должен стоять интегратор (рис. 18):

$$u(t) = \int_0^t \Delta u(t)dt.$$

Переходя в полученных выражениях к конечным разностям, получим дискретную форму инкрементного ПИД-регулятора:

$$\Delta u_{i+1} = \frac{1}{T_i} e_i + K \frac{\Delta e_i}{\Delta t} + T_d \frac{\Delta e_i - \Delta e_{i-1}}{\Delta t}, \qquad (27)$$

где $\Delta u_{i+1} = u_{i+1} - u_i$, $\Delta e_i = e_i - e_{i-1}$.

Более устойчивое и точное разностное уравнение можно получить, подставив в формулу $\Delta u_{i+1} = u_{i+1} - u_i$ выражения для u_{i+1} и u_i из (24).

Инкрементная форма регулятора удобна для применения в микроконтроллерах, поскольку в ней основная часть вычислений выполняется с приращениями, для представления которых можно использовать слово с малым количеством двоичных разрядов. Для получения значения управляющей величины можно выполнить накопительное суммирование на финальной стадии вычислений: $u_{i+1} = u_i + \Delta u_{i+1}$.

Литература

1. Денисенко В.В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66-74; 2007. № 1. С. 78-88.
2. Astrom K.J., Hagglund T. Advanced PID control. — ISA (The Instrumentation, Systems, and Automation Society), 2006. — 460 p.
3. Денисенко В.В. Заземление в системах промышленной автоматизации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 2. С. 94-99; № 3. С. 76-92.
4. Денисенко В.В., Халявко А.Н. Защита от помех датчиков и соединительных проводов систем промышленной автоматизации // Современные технологии автоматизации. 2001. № 1. С. 68-75.
5. Воронов А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. — М. : Наука, 1979. — 336 с.
6. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. — М. : Издательство МЭИ, 2004. — 400 с.
7. Изерман Р. Цифровые системы управления. — М. : Мир, 1984. — 541 с.

© 2007, СТА Тел.: (495) 234-0635 Факс: (495) 232-1653 http://www.cta.ru