

О новом представлении распределения разности фаз

Владимир Бартнев (bartvg@rambler.ru)

Получено новое представление для распределения разности фаз с использованием распределения оценки максимального правдоподобия аргумента комплексного коэффициента корреляции. Исследованы интегральные функции распределения оценки максимального правдоподобия аргумента коэффициента корреляции и ранее полученное распределение разности фаз. Проверка идентичности результатов аналитических расчётов для двух сравниваемых формул дополнена верификацией предложенного представления для распределения разности фаз моделированием в MATLAB.

При анализе эффективности радиотехнических систем часто используется распределение разности фаз γ [1], где R – модуль коэффициента корреляции, $y = R \cos(\gamma - \gamma_0)$, γ_0 – начальная разность фаз.

В работе [2] получено распределение оценки максимального прав-

доподобия аргумента коэффициента корреляции из распределения Уишарта(2), где R – модуль коэффициента корреляции, $\hat{\gamma}$ – оценка максимального правдоподобия аргумента коэффициента корреляции, γ_0 – начальное значение аргу-

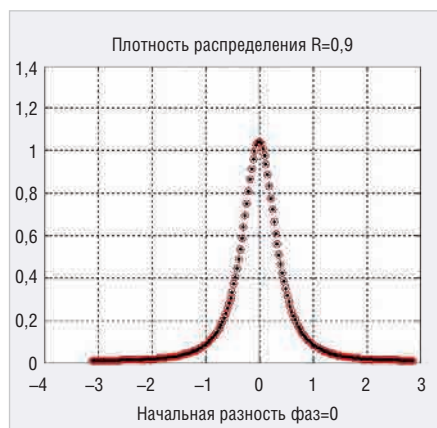


Рис. 1. Плотность распределения разности фаз для формул (1) красным и (3) чёрными цветами для начальной разности фаз равной 0 и коэффициента корреляции 0,9

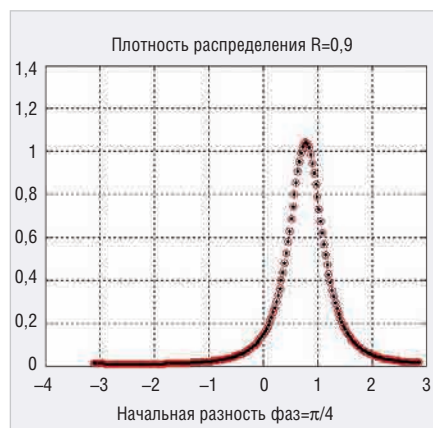


Рис. 2. Плотность распределения разности фаз для формул (1) красным и (3) чёрными цветами для начальной разности фаз равной $\pi/4$ и коэффициента корреляции 0,9

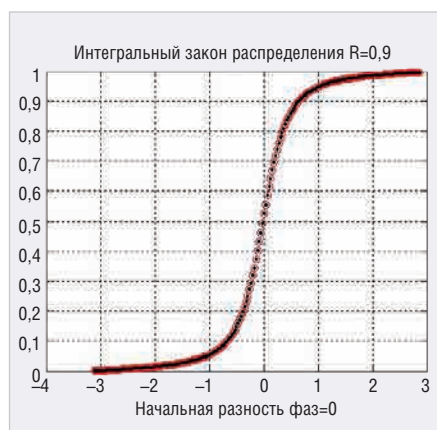


Рис. 3. Функция распределения разности фаз для формул (1) красным и (3) чёрными цветами для начальной разности фаз равной 0 и коэффициента корреляции 0,9

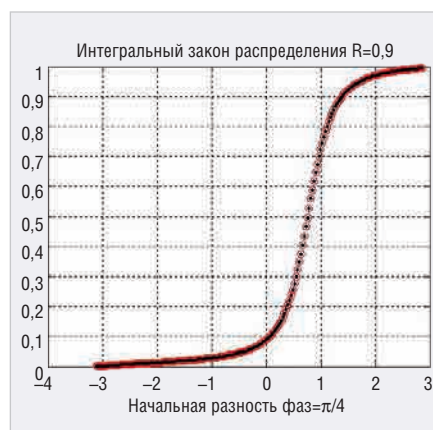


Рис. 4. Функция распределения разности фаз для формул (1) красным и (3) чёрными цветами для начальной разности фаз равной $\pi/4$ и коэффициента корреляции 0,9

мента, N – число выборок наблюдения, $\Gamma(\cdot)$ – гамма функция.

Это распределение в [2] использовано при анализе эффективности адаптивных систем СДЦ.

При исследовании формулы (2) если задать $N=1$, то получится выражение (3).

Расчёты, произведённые с помощью формул (1) и (3) показали полное совпадение графиков для этих двух разных представлений формул. На рис. 1 представлены графики плотностей распределений (1) чёрным и (3) красным цветами для значения коэффициента корреляции $R=0,9$ и $\gamma_0=0$. И в том и другом случае наблюдается полное совпадение расчётных кривых. Такое же совпадение получается, если задать, например, $\gamma_0 = \pi/4$ (см. рис. 2).

Из плотностей распределений разности фаз (1) и (3) можно найти другие статистические характеристики для разности фаз. Например, проинтегрировав выражения (1) и (3) от $-\pi$ до π , получим интегральный закон распределения (см. рис. 3 для $\gamma_0=0$ и рис. 4 для $\gamma_0 = \pi/4$).

Для верификации полученных результатов было проведено моделирование алгоритма формирования оценки разности фаз в системе MATLAB [5].

Алгоритм моделирования оценки максимального правдоподобия для аргумента межпериодного коэффициента корреляции такой [3]:

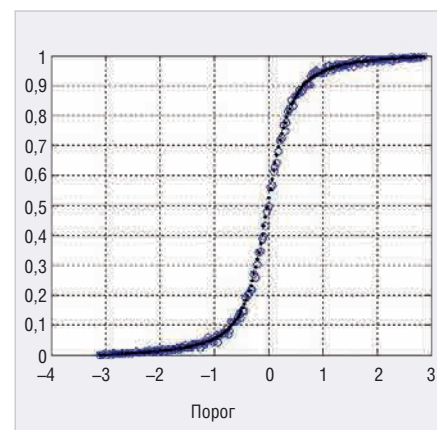


Рис. 5. Функция распределения разности фаз для формулы (3) (чёрные точки) и результаты моделирования (синие кружочки) для начальной разности фаз равной 0 и для коэффициента корреляции 0,9

$$r = \operatorname{Re}(Z_1) \operatorname{Re}(Z_2) + \operatorname{Im}(Z_1) \operatorname{Im}(Z_2),$$

$$s = \operatorname{Re}(Z_2) \operatorname{Im}(Z_1) - \operatorname{Im}(Z_2) \operatorname{Re}(Z_1),$$

где Z_1 и Z_2 – комплексные коррелированные выборки наблюдений. Тогда оценка аргумента коэффициента корреляции может быть вычислена по следующей формуле:

$$\hat{\gamma} = \operatorname{arctg}(s / r) \leq \gamma_{\text{пор}}$$

Результаты моделирования на рис. 5 представлены синими кружочками. Они подтверждают совпадение моделирования и аналитических расчётов.

Таким образом, предложенный новый способ расчёта распределения разности фаз на основе распределения оценки максимального правдоподобия аргумента комплексного коэффициента корреляции всесторонне был проверен и может использоваться в статистических расчётах радиотехнических систем.

Литература

1. Левин Б. Р. Теория случайных процессов и её применение в радиотехнике. Советское радио 1960.
2. Бартнев В. Г. Применение распределения Уишарта для анализа эффективности адаптивных систем СДЦ. Радиотех-

ника и электроника. 1981. Т. XXVI. № 2. С. 356–361.

3. Бартнев В. Г. Новый способ классификации и бланкирования дискретных мешающих отражений. Современная электроника. 2020. № 3. С. 46–49.
4. Бартнев В. Г. Способ классификации и бланкирования дискретных

помех. Патент № 2710894 по заявке № 2018134712 зарегистрирован в Государственном реестре РФ 14.01.2020.

5. Бартнев В. Г. Модельно-ориентированное проектирование программируемых радиотехнических устройств. Практический курс. Горячая линия. Телеком. М. 2019. С. 48–64.



$$W(\gamma) = \frac{(1-R^2)^2}{2\pi} \left[\frac{1}{1-y^2} + y \frac{\pi/2 + \arcsin(y)}{(1-y^2)^{3/2}} \right] \quad (1)$$

$$W(\hat{\gamma}) = \frac{(1-R^2)^2 N}{2\pi \Gamma(N)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2R)^k \cos^k(\hat{\gamma} - \gamma_0) \Gamma(1+k/2) \Gamma(N+k/2)}{\Gamma(k+1)} \quad (2)$$

$$W(\hat{\gamma}) = \frac{(1-R^2)^2}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2R)^k \cos^k(\hat{\gamma} - \gamma_0) (\Gamma(1+k/2))^2}{\Gamma(k+1)} \quad (3)$$

smiths interconnect

ВАША БЕЗОПАСНОСТЬ — НАША ОТВЕТСТВЕННОСТЬ

Разъемы для космической, авиационной, медицинской техники и железнодорожного транспорта

Высокоскоростные разъемы QuadraX/Twinax	Высокочастотные разъемы
Разъемы на печатную плату	Оптические соединители
Кабельные сборки	Соединители с подпружиненными контактами

ОФИЦИАЛЬНЫЙ ДИСТРИБЬЮТОР

АКТИВНЫЙ КОМПОНЕНТ ВАШЕГО БИЗНЕСА

(495) 232-2522 ■ INFO@PROCHIP.RU ■ WWW.PROCHIP.RU